

Η ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΗΜΕΡΑ

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΤΕΡΓΙΟΥΛΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



12ο Θερινό Σχολείο Αστρονομίας
Βόλος, 8/7/2011

Περιεχόμενα

1. Ειδική Θεωρία Σχετικότητας (ΕΘΣ)
2. Γενική Θεωρία Σχετικότητας (ΓΘΣ)
3. Εφαρμογές στην Αστροφυσική
(βαρυτικοί φακοί, μελανές οπές, αστέρες νετρονίων)
4. Επεκτάσεις της ΓΘΣ - Πειραματικοί έλεγχοι
5. Βαρυτικά κύματα (παραγωγή/ανίχνευση)
6. Αριθμητική Σχετικότητα
7. Τεχνολογικές εφαρμογές

1. Ειδική Θεωρία Σχετικότητας (ΕΘΣ)

Η Αρχή της Σχετικότητας

Οι νόμοι της φύσης είναι ανεξάρτητοι από την **θέση** του παρατηρητή

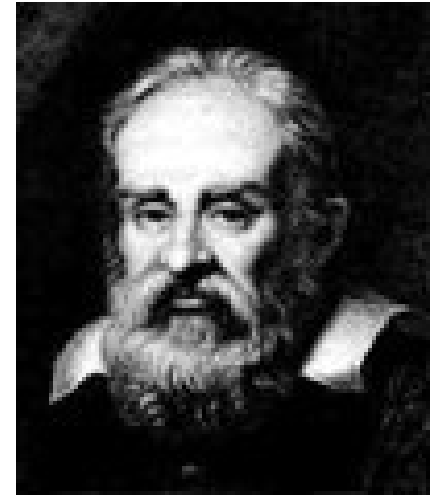
Οι νόμοι της φύσης είναι ανεξάρτητοι από τον **χρόνο** του παρατηρητή

1632: Αρχή Σχετικότητας του Γαλιλαίου

«Οι νόμοι της φύσης είναι ανεξάρτητοι από τη (σταθερή) **ταχύτητα** του παρατηρητή»

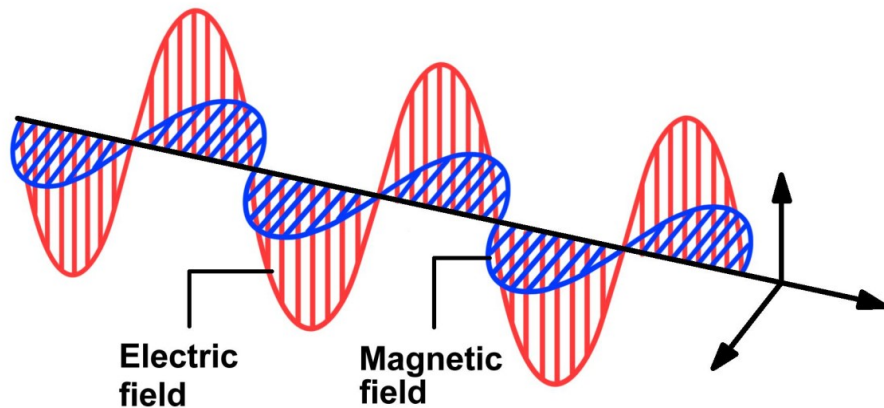
1687: Νεύτωνα

«Ο **χρόνος** και ο **χώρος** είναι **απόλυτες έννοιες**»



Ηλεκτρομαγνητισμός

1873: Ο **Maxwell** εξήγησε το φως ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα **c**.



Τα Η/Μ κύματα **δεν υπακούν** στην αρχή σχετικότητας του Γαλιλαίου, αν θεωρήσουμε ότι ο χρόνος και ο χώρος είναι απόλυτες έννοιες, όπως τις ήθελε ο Νεύτωνας!



$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M}$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Η ταχύτητα του φωτός

5^{ος} αιώνας π.Χ.: Εμπειδοκλής: το φως διαδίδεται με πεπερασμένη ταχύτητα

1676: υπολογισμός της ταχύτητας του φωτός από τον **Rømer** (παρατηρώντας τις εκλείψεις της Ιούς, δορυφόρο του Δία).

1849: πειραματική μέτρηση της ταχύτητας του φωτός από τον **Fizeau**.

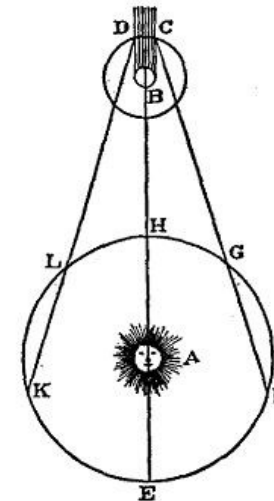
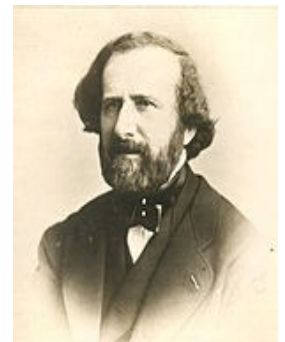
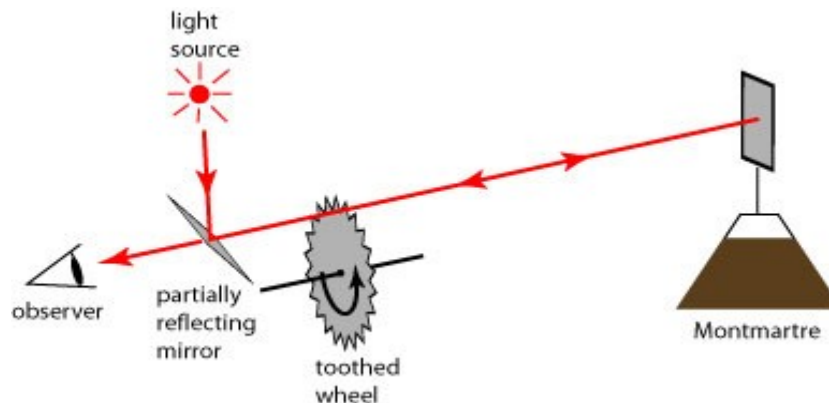
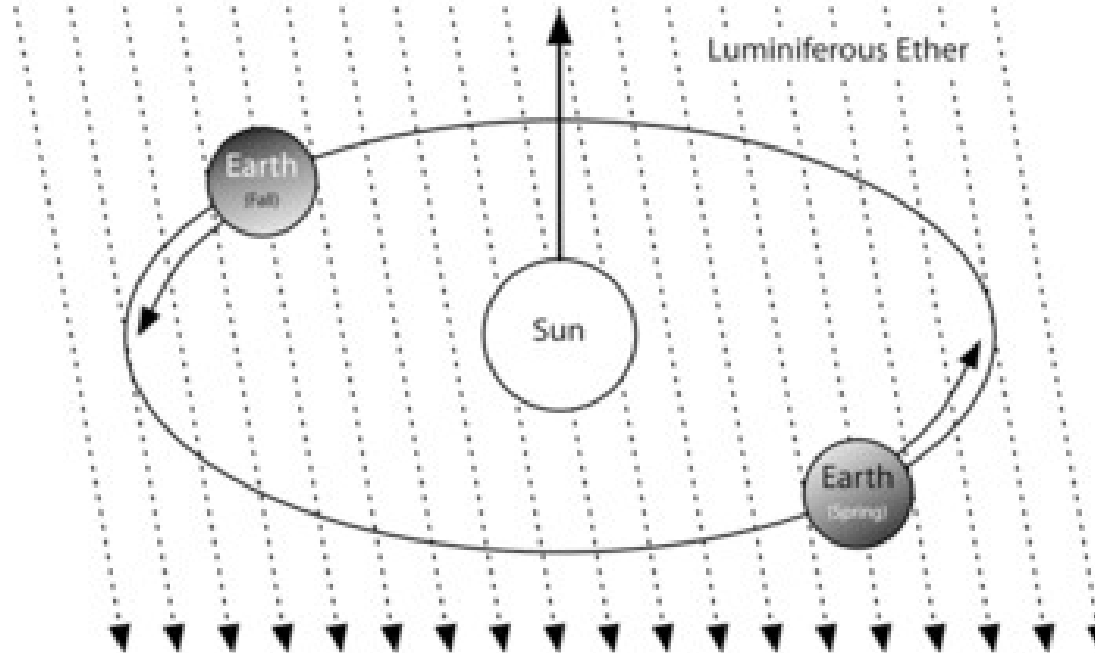


FIG. 70.



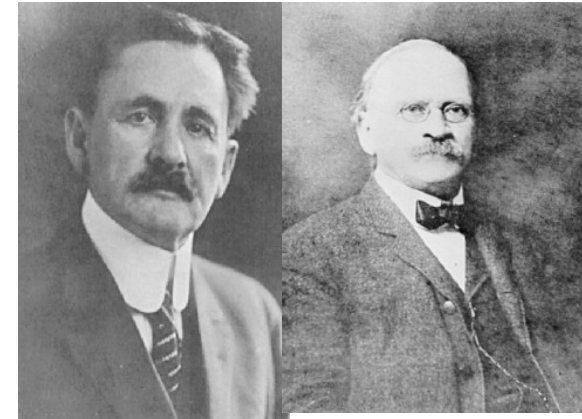
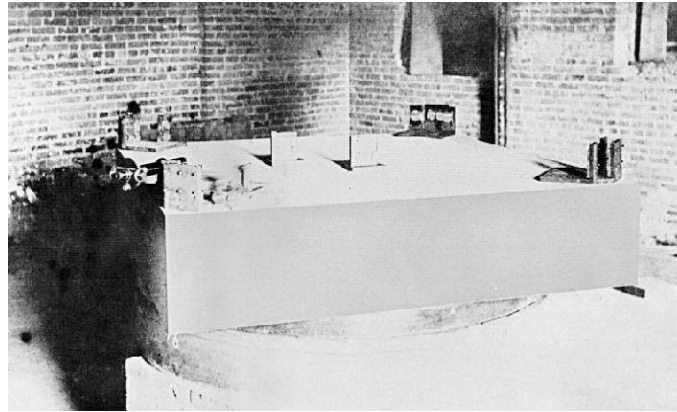
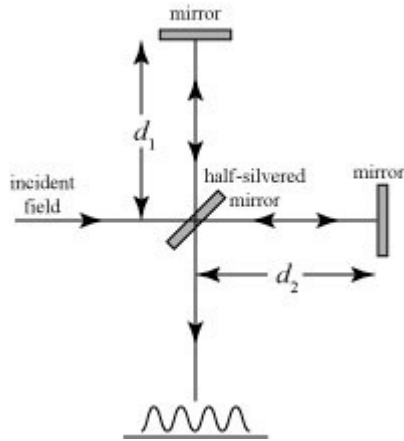
Η ταχύτητα του φωτός

Η αρχική υπόθεση για το φως ήταν πως είναι ένα κύμα που διαδίδεται μέσα σε ένα ακίνητο μέσο, τον **αιθέρα**, με σταθερή ταχύτητα ως προς αυτόν.

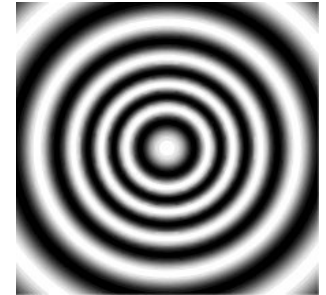


Το πείραμα των Michelson και Morley

1887: Πείραμα των Michelson και Morley



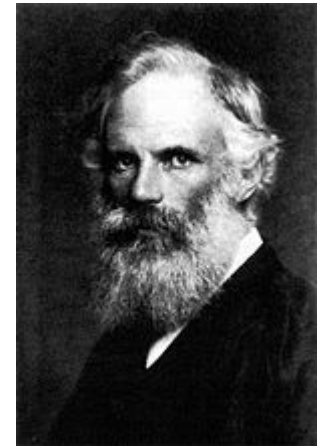
Εάν υπήρχε ο αιθέρας, τότε το συμβολόμετρο θα έπρεπε να ανιχνεύσει τη σχετική κίνηση της Γης ως προς αυτόν (το φως θα είχε διαφορετική ταχύτητα κάθετα και παράλληλα προς την κίνηση της Γης, σύμφωνα με τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου).



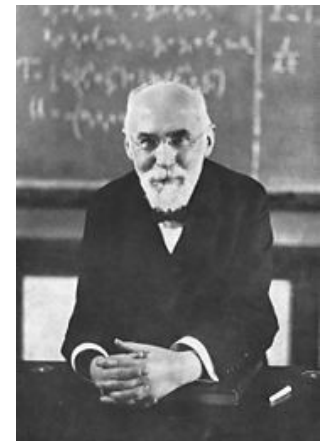
Το αποτέλεσμα ήταν 20 φορές μικρότερο από το αναμενόμενο (στα όρια του πειραματικού σφάλματος) και υποδείκνυε ότι **οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου είχαν περιορισμένη χρησιμότητα**.

Η συστολή του μήκους

1889: Ο **Fitzgerald** έδειξε ότι τα αποτελέσματα του πειράματος των Michelson-Morley ερμηνεύονται εάν **το μήκος** κινούμενων αντικειμένων **συστέλλεται** κατά μήκος της κίνησής τους.



1892: Ο **Lorentz** επίσης υποθέτει τη συστολή του μήκους, ως ένα **δυναμικό αποτέλεσμα του ηλεκτρομαγνητισμού** για να ερμηνεύσει τα αποτελέσματα του πειράματος των Michelson-Morley.



Μετασχηματισμοί Lorentz

1899-1904: Ο Lorentz ερμηνεύει το πείραμα των Michelson-Morley, εισάγοντας την έννοια του τοπικού χρόνου t' για έναν παρατηρητή με ταχύτητα v .

Βρίσκει ότι οι εξισώσεις Maxwell παραμένουν αναλλοίωτες ως προς όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές, εάν μεταξύ δυο συστημάτων αναφοράς ισχύουν οι μετασχηματισμοί:

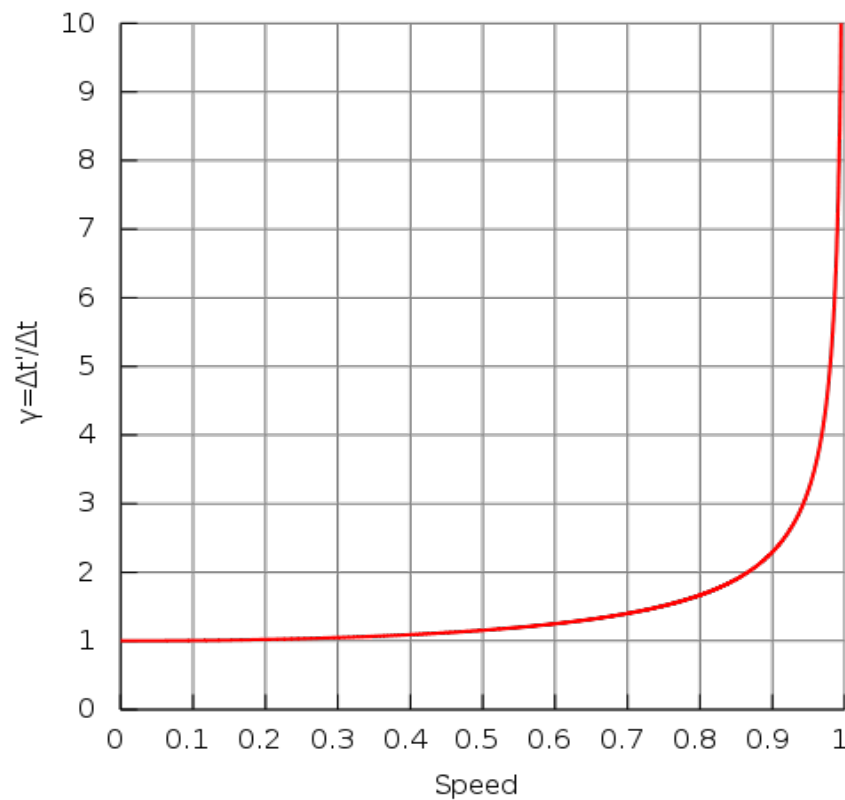
$$\begin{aligned}t' &= \gamma(t - vx/c^2) \\x' &= \gamma(x - vt) \\y' &= y \\z' &= z\end{aligned}$$

Ο Lorentz εισήγαγε τη διαστολή του χρόνου κι έδειξε επίσης ότι η μάζα αδράνειας ενός σώματος αυξάνει όταν αυτό κινείται.

Ο παράγοντας Lorentz

Ο παράγοντας Lorentz είναι

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Η Ειδική Θεωρία Σχετικότητας (ΕΘΣ)

1905: ο Einstein ενοποίησε τα προηγούμενα αποτελέσματα και θεμελίωσε την ΕΘΣ με τα εξής δύο αξιώματα:



1. Δυναμικό αξίωμα (Αρχή της Ειδικής Σχετικότητας):

Όλοι οι νόμοι της φύσης είναι ίδιοι για κάθε αδρανειακό παρατηρητή.

2. Κινηματικό αξίωμα:

Η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή και ίση για όλους τους παρατηρητές .

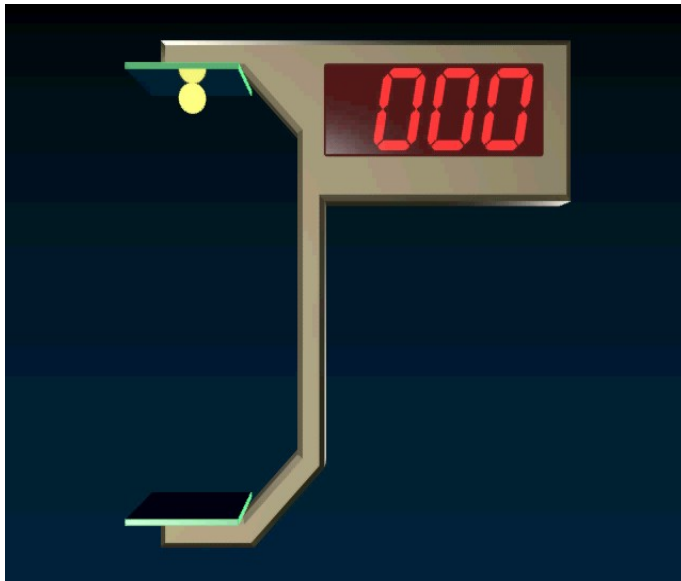
Συνέπειες του κινηματικού αξιώματος της ΕΘΣ

1. Ο **χρόνος** και το **μήκος** είναι **σχετικές έννοιες** (εξαρτώνται από την ταχύτητα του παρατηρητή που κάνει τη μέτρηση).
2. Δυο γεγονότα που είναι ταυτόχρονα ως προς έναν παρατηρητή, **δεν είναι ταυτόχρονα** ως προς κάποιον άλλο παρατηρητή με διαφορετική ταχύτητα.
3. Οι νόμοι της φυσικής παραμένουν αναλλοίωτοι όταν μετασχηματίζονται μεταξύ αδρανειακών παρατηρητών με βάση **μετασχηματισμούς που ταυτίζονται με αυτούς που εισήγαγε ο Lorentz** για τον ηλεκτρομαγνητισμό.

Συνέπειες του κινηματικού αξιώματος της ΕΘΣ

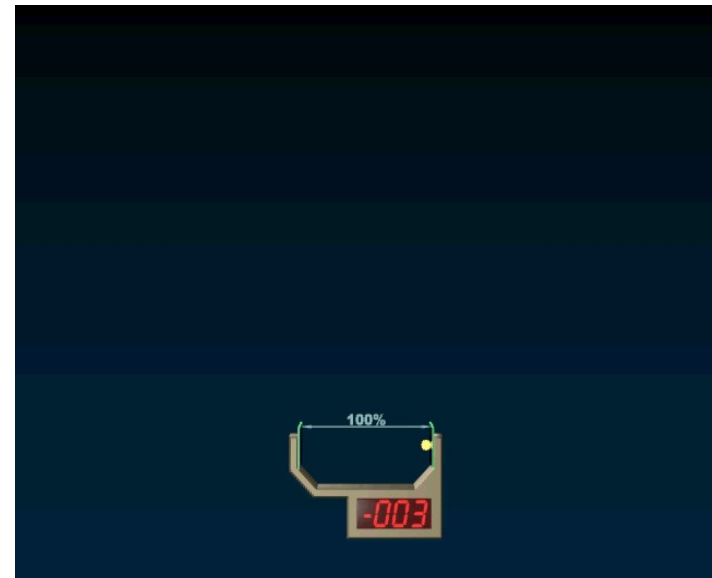
4. Η διαστολή του χρόνου και η συστολή του μήκους είναι συνέπειες του κινηματικού αξιώματος (και όχι δυναμικά φαινόμενα του ηλεκτρομαγνητισμού).

Διαστολή του χρόνου



$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

Συστολή του μήκους



$$L' = \frac{L}{\gamma}$$

Συνέπειες του κινηματικού αξιώματος της ΕΘΣ

5. **Σύνθεση ταχυτήτων:** Αν ένα αντικείμενο έχει ταχύτητα V' ως προς κινούμενο (με ταχύτητα v) παρατηρητή, τότε η ταχύτητά του V ως προς έναν ακίνητο παρατηρητή είναι:

$$V = \frac{V' + v}{1 + vV'/c^2}$$

αν $\mathbf{V}' \parallel \mathbf{v}$ (παράλληλες ταχύτητες), και

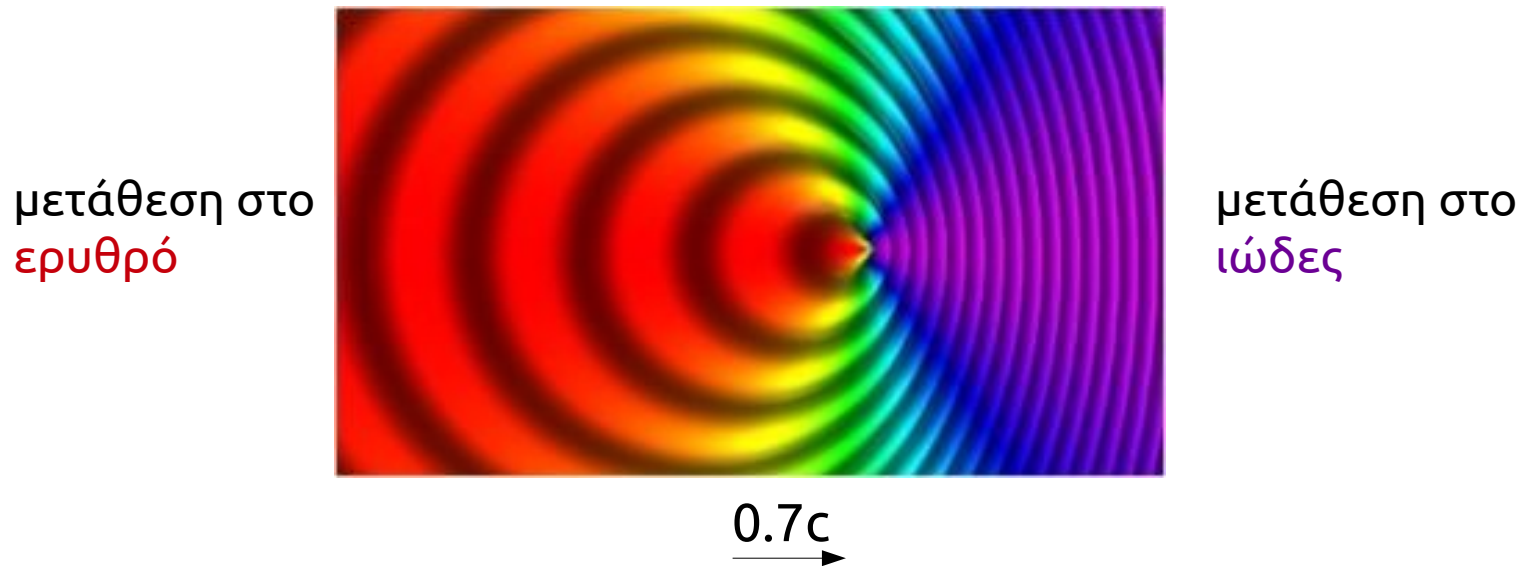
$$V = \sqrt{V'^2 + v^2 - v^2 V'^2 / c^2}$$

αν $\mathbf{V}' \perp \mathbf{v}$ (κάθετες ταχύτητες).

Στο όριο χαμηλών ταχυτήτων έχουμε την Νευτώνεια σύνθεση ταχυτήτων.

Συνέπειες του κινηματικού αξιώματος της ΕΘΣ

6. Φαινόμενο Doppler: Αν ένα Η/Μ κύμα έχει συχνότητα f' ως προς έναν κινούμενο παρατηρητή, τότε η συχνότητα f που μετρά ένας ακίνητος παρατηρητής είναι

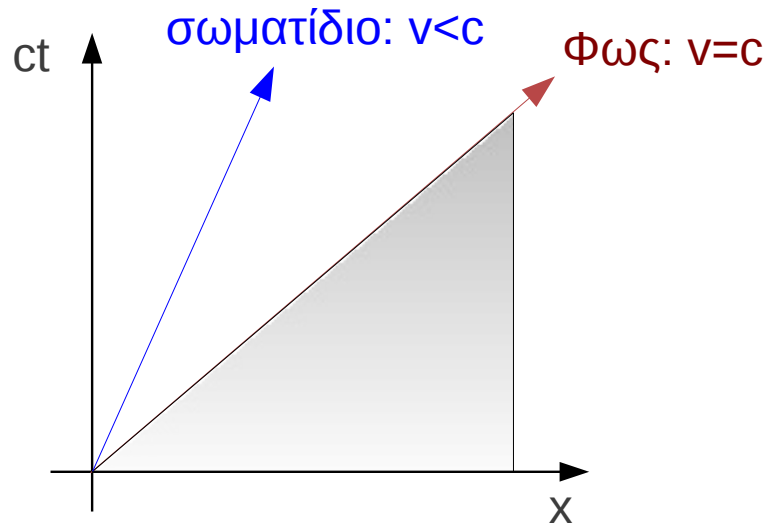


$$f = \gamma f' (1 - v/c) \quad \text{για διάδοση κατά μήκος της κίνησης}$$

$$f = \frac{f'}{\gamma} \quad \text{για διάδοση κάθετα προς την κίνηση (σχετικιστικό φαινόμενο)}$$

Ο χωροχρόνος της ΕΘΣ

1907: Minkowski. Ο χώρος και ο χρόνος μπορεί να θεωρηθούν ως συντεταγμένες ενός 4-διάστατου χωροχρόνου.



Η χωροχρονική απόσταση

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2$$

παραμένει αναλλοίωτη (για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές).

Ίδιος χρόνος

Δυο παρατηρητές με διαφορετικές ταχύτητες θα μετρήσουν διαφορετικό χωρικό διάστημα Δx και διαφορετικό χρονικό διάστημα Δt μεταξύ δυο γεγονότων.

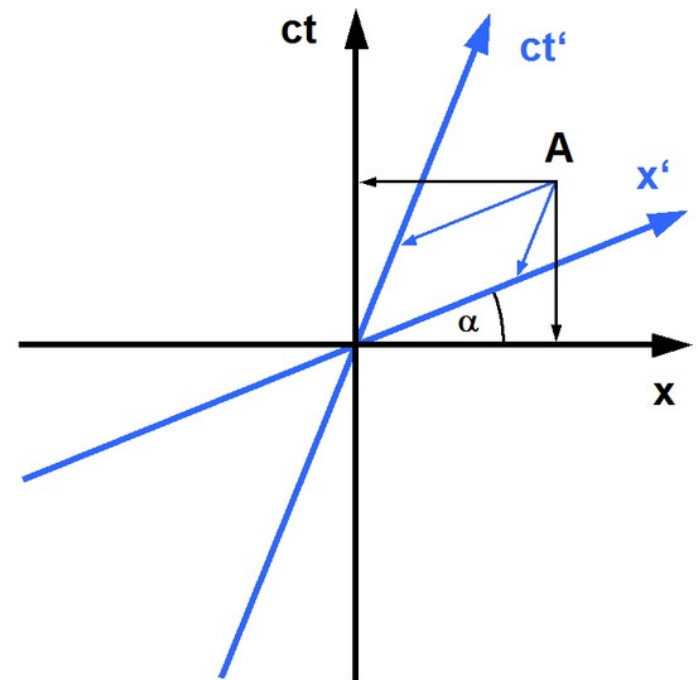
Όμως, και οι δυο θα συμφωνούν στη μέτρηση της χωροχρονικής απόστασης

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2$$

Για έναν ελεύθερα κινούμενο παρατηρητή μεταξύ των δυο γεγονότων, ο ίδιος χρόνος που μεσολαβεί είναι

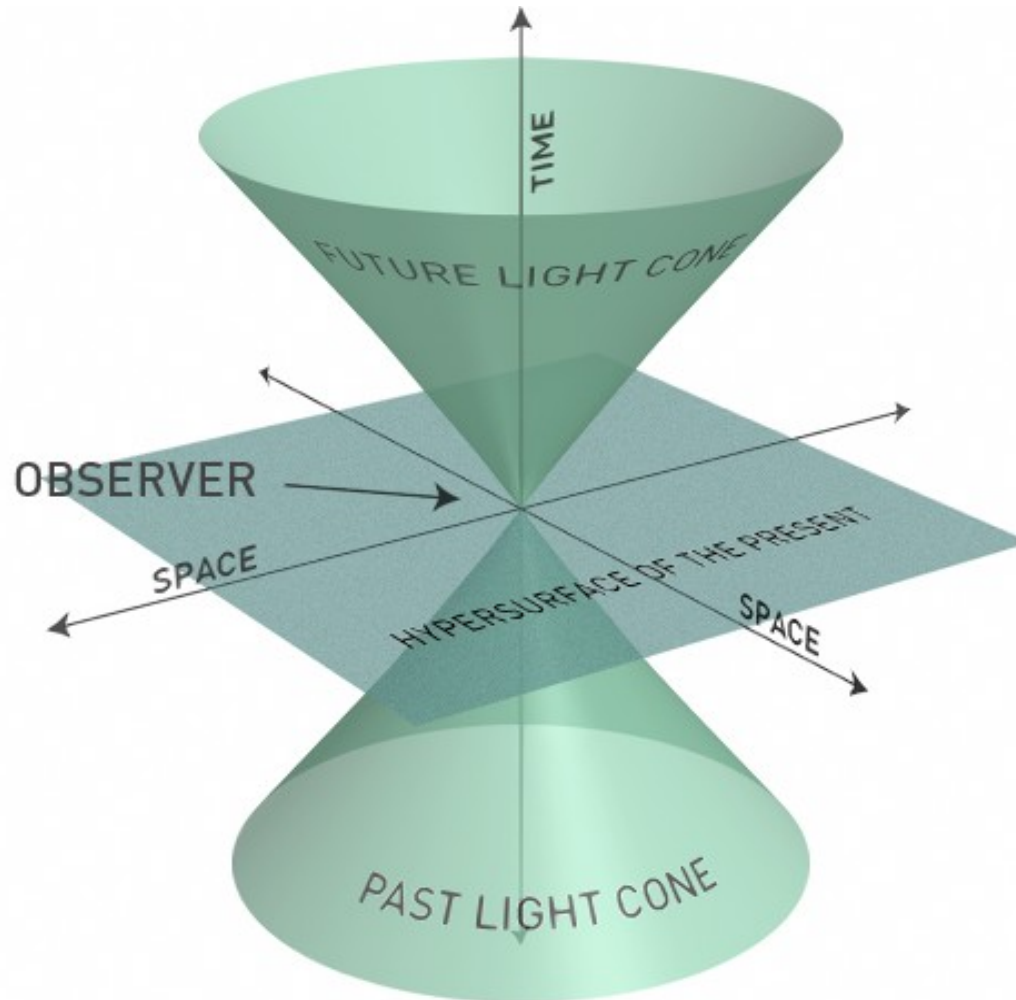
$$\Delta \tau^2 = -\Delta s^2 / c^2$$

$$\Rightarrow \Delta \tau = \sqrt{\Delta t^2 - \Delta x^2 / c^2}$$



Ο κώνος φωτός

Σε 2+1 διαστάσεις, τα **φωτόνια** μπορούν να κινούνται μόνο πάνω σε μια επιφάνεια που έχει σχήμα **κώνου**. Σωματίδια με **μάζα**, κινούνται μόνο **εσωτερικά** του κώνου φωτός.



Συνέπειες του δυναμικού αξιώματος της ΕΘΣ

1. **Σχετικιστική ορμή**: Για να έχουμε διατήρηση της ορμής p ενός σωματιδίου με **μάζα ηρεμίας** m_0 , σε δυναμικές αλληλεπιδράσεις, αυτή πρέπει να έχει τη μορφή

$$p = \gamma m_0 v$$

2. **Σχετικιστική ενέργεια**: Σε δυναμικές αλληλεπιδράσεις έχουμε διατήρηση της **ολικής ενέργειας** σωματιδίων

$$E = \gamma m_0 c^2 \rightarrow m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

(στο όριο χαμηλών ταχυτήτων προκύπτει το άθροισμα της ενέργειας ηρεμίας και της κινητικής ενέργειας).

3. **Σχετικιστική μάζα**: Μπορούμε να την ορίσουμε ως

$$m = \gamma m_0$$

Πειραματικός έλεγχος της ΕΘΣ

1. Έλεγχος της ισοτροπίας της ταχύτητας του φωτός . Χρησιμοποιώντας μια εκσυγχρονισμένη διάταξη τύπου Michelson-Morley (Herrmann et al. 2005)

$$\frac{\delta c}{c} < 10^{-15}$$

2. Έλεγχος της σταθερότητας της ταχύτητας του φωτός ως προς οποιονδήποτε παρατηρητή με ταχύτητα v . Από παρατηρήσεις διπλών συστημάτων πάλσαρ προκύπτει (Brecher 1977)

$$\delta c < 10^{-6} v$$

3. Έλεγχος της εξάρτησης της ταχύτητας του φωτός από τη συχνότητά του. Μεταξύ 30keV και 200 keV (Schaefer 1999)

$$\frac{\delta c}{c} < 10^{-20}$$

Πιο πρόσφατα πειράματα χρησιμοποιούν κοσμικές ακτίνες γ .

Πειραματικός έλεγχος της ΕΘΣ

4. Πειραματικά όρια στη “μάζα ηρεμίας” του φωτός . Χρησιμοποιώντας μια εκσυγχρονισμένη διάταξη τύπου Cavendish (Luo et al. 2003)

$$m < 10^{-50} g$$

5. Έλεγχος του δυναμικού αξιώματος της ΕΘΣ (μετασχηματισμοί Lorentz). Από παρατηρήσεις κοσμικής ακτινοβολίας προκύπτει (Colman & Glashow 1997)

$$\text{ακρίβεια} < 10^{-22}$$

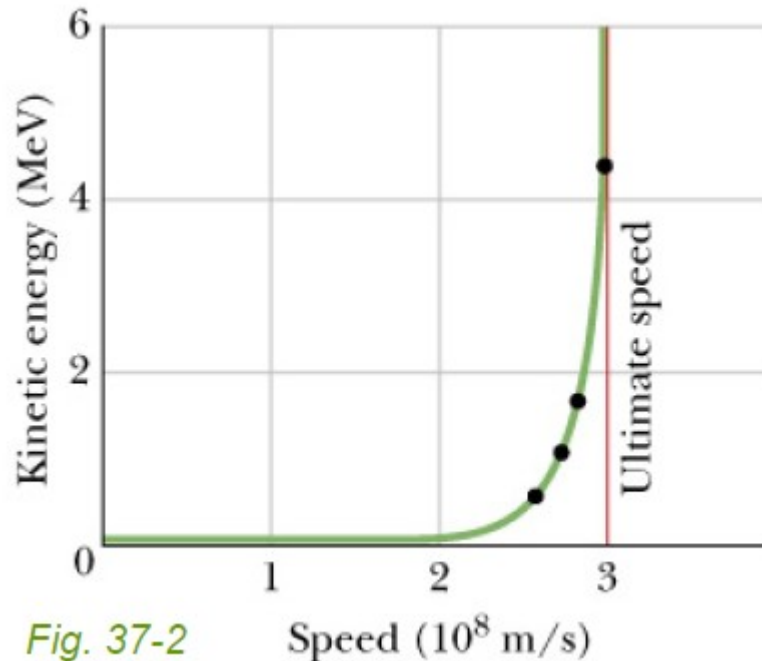
6. Έλεγχος της διαστολής του χρόνου. Σε πολύ υψηλές ταχύτητες (συκρούσεις σωματιδίων στο CERN) επιβεβαιώνεται με μεγάλη ακρίβεια. Στο πιο πρόσφατο πείραμα του NIST (Chou et al. 2010), χρησιμοποιώντας “ρολόγια” ακτίνων laser, επιβεβαιώθηκε ακόμη και για χαμηλές ταχύτητες της τάξης

$$40 \text{ km/h}$$

Πειραματικός έλεγχος της ΕΘΣ

7. Έλεγχος της αύξησης της μάζας με την ταχύτητα . Χρησιμοποιώντας επιταχυντές σωματιδίων επιβεβαιώθηκε ότι η μάζα αυξάνει και τείνει στο άπειρο όταν η ταχύτητα τείνει στην ταχύτητα του φωτός με ακρίβεια (Greene et al. 1991)

$$\frac{\delta c}{c} < 10^{-5}$$



(Bertozzi 1964)

Fig. 37-2

2. Γενική Θεωρία Σχετικότητας (ΓΘΣ)

Νευτώνεια βαρύτητα

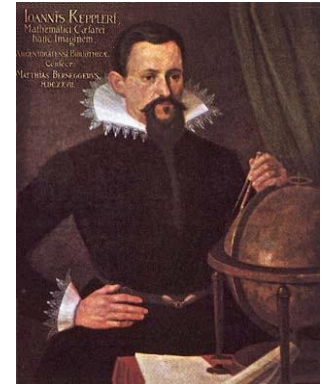
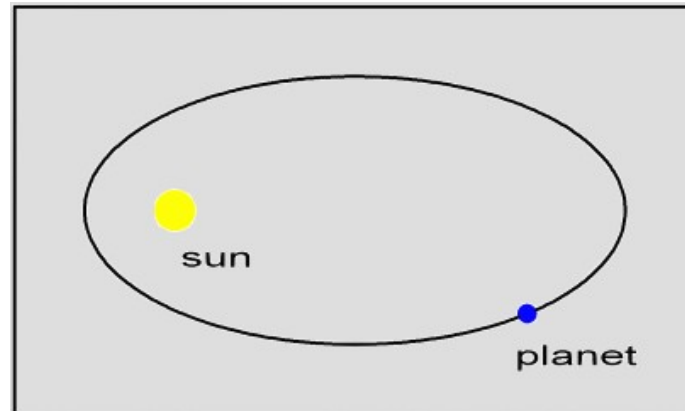
1687: Ο Νεύτωνας θεωρούσε ότι η βαρύτητα δρα ακαριαία σε οποδήποτε μεγάλες αποστάσεις.

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

(ο βαρυτικό δυναμικό Φ δίνεται από μια ελλειπτική εξίσωση)

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

Έτσι εξήγησε τους νόμους των πλανητικών τροχιών που είχε βρει εμπειρικά ο Κέπλερ (1609)

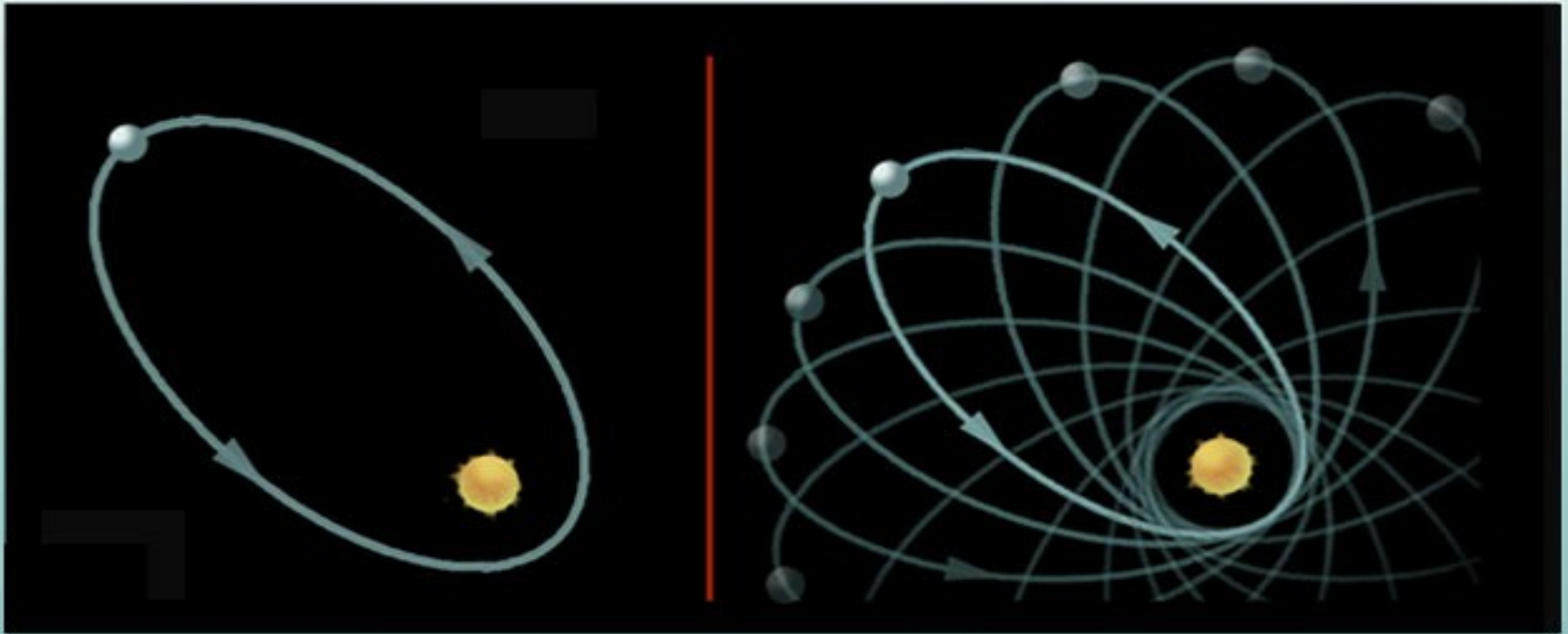


Προβλήματα της Νευτώνειας βαρύτητας

1859: **Le Verrier**: Το περιήλιο της ελλειπτικής τροχιάς του Ερμή μετατίθεται κατά ένα ανεξήγητο $38''$ /αιώνα!



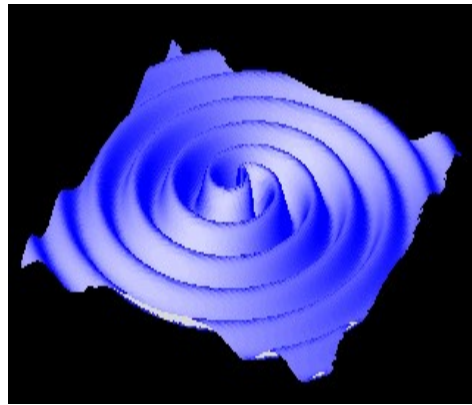
MERCURY'S ORBIT



Προβλήματα της Νευτώνειας βαρύτητα

1900: ο Lorentz προτείνει ότι η δύναμη της βαρύτητας δε μεταδίδεται ακαριαία (όπως προβλέπει η Νευτώνεια θεωρία) αλλά με την ταχύτητα του φωτός.

1905: ο Poincaré προτείνει την ύπαρξη βαρυτικών κυμάτων.



Έπρεπε να βρεθεί μια νέα θεωρία για τη βαρύτητα, η οποία να περιγράφεται από κυματικές εξισώσεις (υπερβολικού τύπου).

Η αρχή της ισοδυναμίας

6^{ος} αιώνας: Ο Ιωάννης Φιλόπονος περιγράφει ότι

«αν αφήσει κανείς ταυτόχρονα δυο σώματα με διαφορετικές μάζες να πέσουν από το ίδιο ύψος, θα φτάσουν στο έδαφος στον ίδιο χρόνο»

17^{ος} αιώνας: Γαλιλαίος: πειραματική επαλήθευση

Το πείραμα αυτό είναι **ισοδύναμο** με την υπόθεση ότι η **μάζα αδράνειας** m_a είναι ίση με τη βαρυτική **μάζα** m_b .

$$F = m_a a = G \frac{m_b M}{r^2}$$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{m_b}{m_a} \right) \frac{G M}{r^2}$$

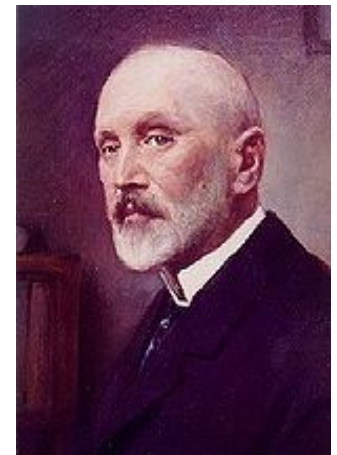
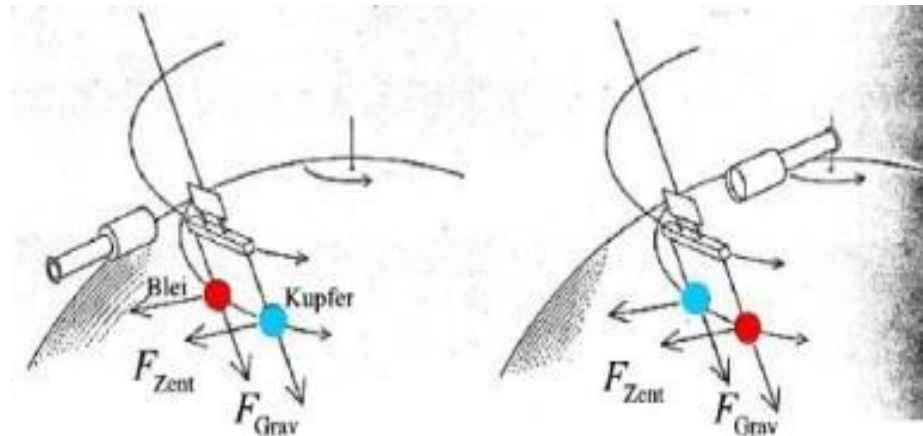
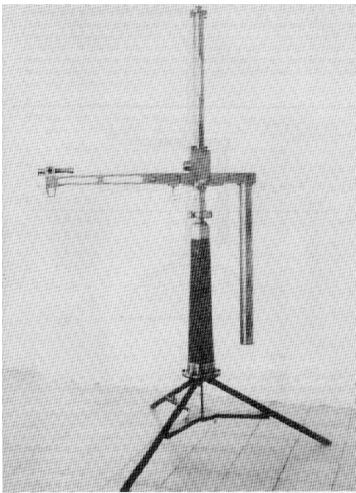
Αν $m_a = m_b$ τότε η επιτάχυνση είναι ανεξάρτητη της μάζας.

Η αρχή της ισοδυναμίας

1880: Eötvös: πειραματική επαλήθευση

μάζα αδράνειας = βαρυτική μάζα

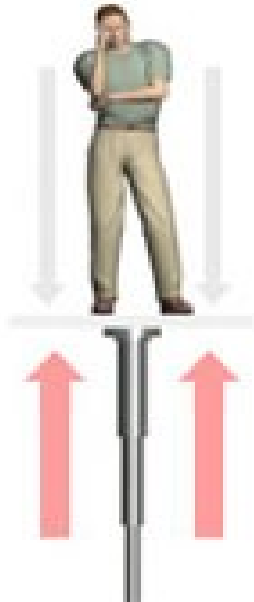
με σχετική ακρίβεια 10^{-8} .



Η αρχή της ισοδυναμίας

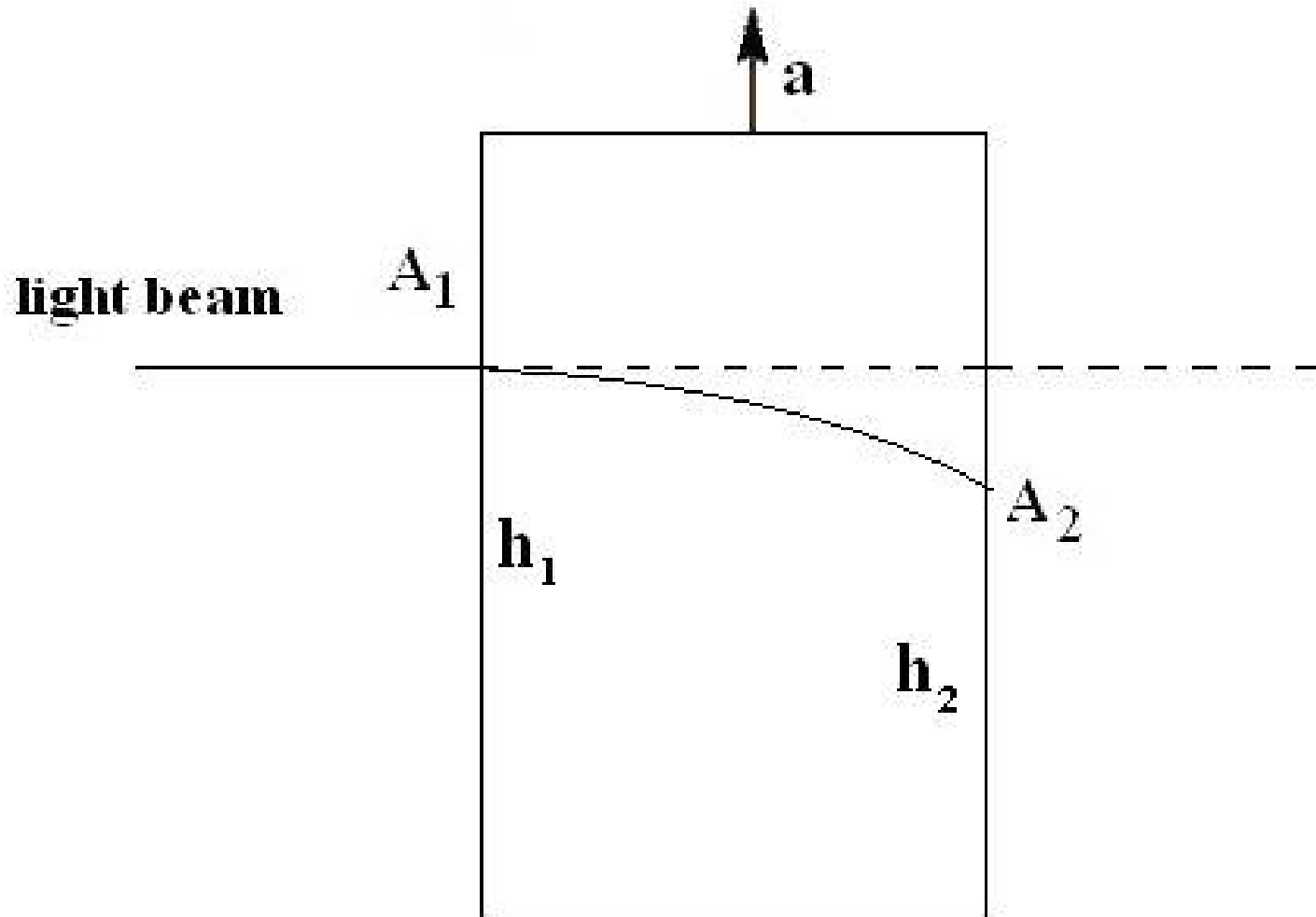
1907: Ο Einstein συνειδητοποιεί ότι η βαρύτητα δρα ισοδύναμα ως επιτάχυνση.

Αντικαθιστά τους αδρανειακούς παρατηρητές της Νευτώνειας θεωρίας, από παρατηρητές που πέφτουν ελεύθερα σε ένα πεδίο βαρύτητας.



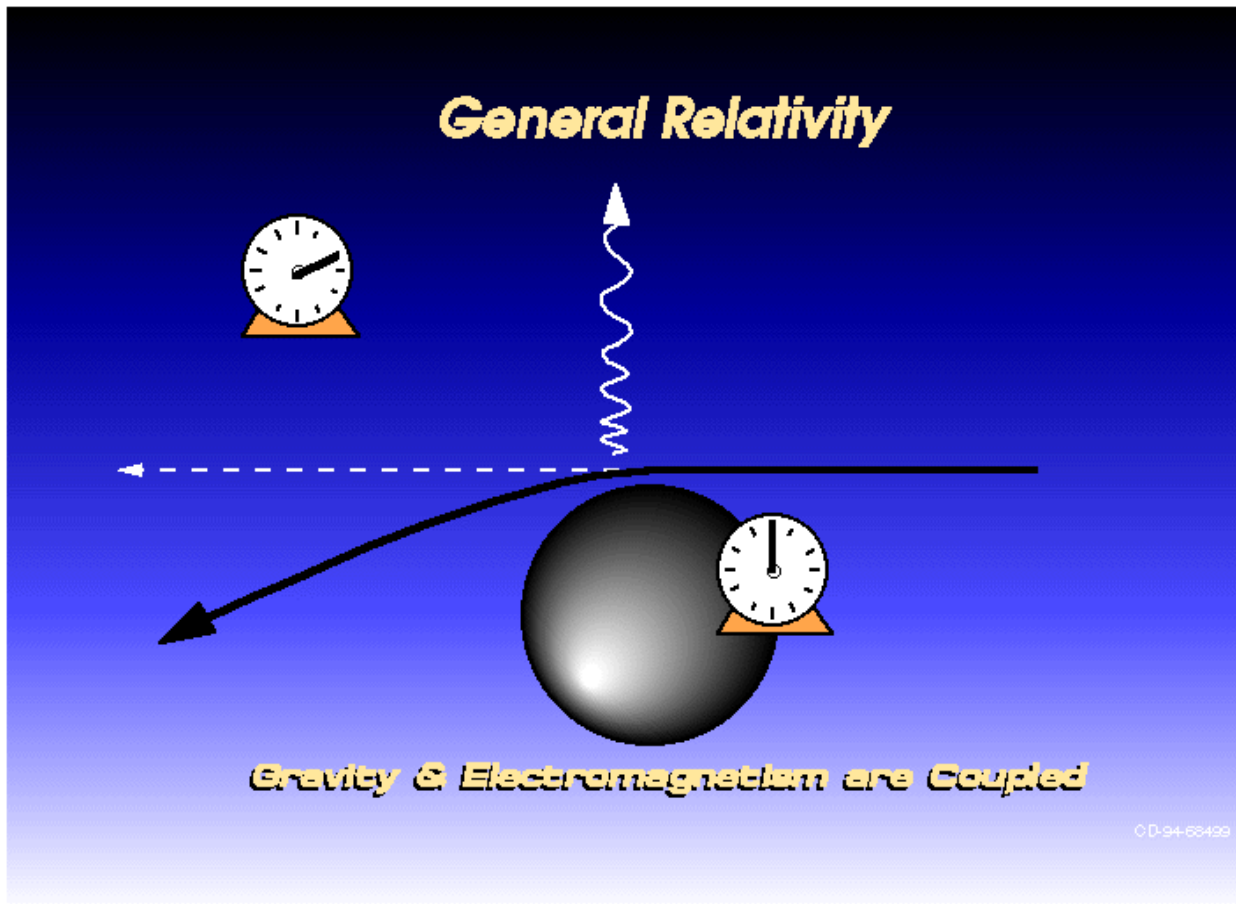
Η αρχή της ισοδυναμίας

1907: Ο Einstein αποδεικνύει με βάση την αρχή της ισοδυναμίας ότι η τροχιά των φωτονίων καμπυλώνεται από βαρυτικά πεδία.



Ελάττωση της ενέργειας φωτονίων

1907: Ο Einstein αποδεικνύει με βάση την αρχή της ισοδυναμίας ότι η ενέργεια των φωτονίων ελαττώνεται όταν εξέρχονται από βαρυτικά πεδία.



Η αρχή σχετικότητας του Einstein

1912: Ο Einstein γενικεύει την αρχή της σχετικότητας:

«Οι νόμοι της φυσικής πρέπει να είναι ίδιοι για όλους τους παρατηρητές (και για τους επιταχυνόμενους)»

Καμπύλωση του χωροχρόνου

Το φως ανιχνεύει άμεσα τις ιδιότητες του χωρόχρονου. Εφ' όσον το φως **καμπυλώνεται**, η γεωμετρία του χωρόχρονου **δε μπορεί να είναι Ευκλείδεια** (επίπεδη).

Ο Einstein έμαθε από τον Grossmann για τη διαφορική γεωμετρία καμπύλων χώρων, που είχε ήδη θεμελιωθεί από τους **Riemann**, **Ricci** και **Levi-Civita**.



$$R_{ik,jl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{il}}{\partial x^k \partial x^j} + \frac{\partial^2 g_{kj}}{\partial x^i \partial x^l} - \frac{\partial^2 g_{ij}}{\partial x^k \partial x^l} - \frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i \partial x^j} \right) + \sum_{\alpha, b=1}^n g^{\alpha b} (\Gamma_{kj, \alpha} \Gamma_{il, b} - \Gamma_{kl, \alpha} \Gamma_{ij, b}),$$

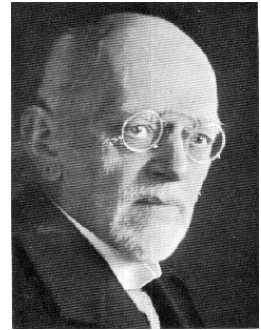
$$R_{ij} = \sum_{k,l=1}^n g^{kl} R_{ik,jl}$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} = g \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$$

Καμπύλωση του χωροχρόνου

1914: Ο Einstein προτείνει μια νέα (σχεδόν τελική) θεωρία βαρύτητας

1915: Ο Einstein επισκέπτεται το Πανεπιστήμιο του Göttingen, όπου παρουσιάζει τη θεωρία του στους εξέχοντες μαθηματικούς Hilbert και Klein.



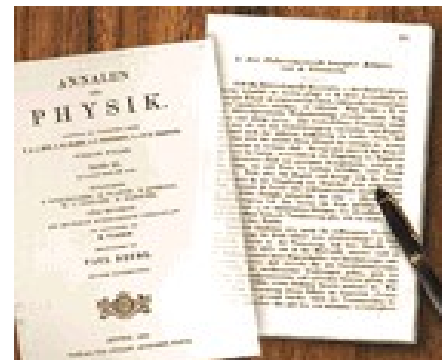
1915: Οι Einstein και Hilbert προτείνουν ανεξάρτητα την τελική μορφή της νέας θεωρίας βαρύτητας.



$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left(\frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}} \right)$$

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu} \Gamma_{\sigma\nu}^{\rho} - \partial_{\nu} \Gamma_{\sigma\mu}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\sigma\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\sigma\mu}^{\lambda}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$



Ο χωροχρόνος της ΓΘΣ

Οι διάφοροι όροι που συνθέτουν το στοιχειώδες μήκος **επηρεάζονται από τη μάζα-ενέργεια** που υπάρχει στο χώρο (από τη βαρύτητα και όλα τα άλλα είδη ενέργειας):

Η σχέση της ΕΘΣ

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2$$

Γίνεται

$$d s^2 = -f(\Phi) c^2 \Delta t^2 + g(\Phi) \Delta x^2$$

Όπου $f(\Phi)$ και $g(\Phi)$ είναι συναρτήσεις της μετρικής που εξαρτώνται από τα ενεργειακά πεδία.

Γενικότερα:

$$d s^2 = \sum_i \sum_j g_{ij} \Delta x^i \Delta x^j$$

Όπου g_{ij} είναι ένας πίνακας 4x4 (**μετρικός τανυστής**).

Οι εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ

Επειδή ο μετρικός τανυστής είναι διάφορος από $(-1,1,1,1)$, ο τετραδιάστατος χωροχρόνος έχει καμπυλότητα και περιγράφεται από τη γεωμετρία του Riemann.

Η καμπυλότητα ορίζεται από τον τανυστή του Riemann R_{ijkl} , παράγωγο του οποίου είναι ο τανυστής του Ricci R_{ij} .

Όλες οι μορφές ενέργειας περιέχονται στον τανυστή τάσης-ενέργειας-ορμής T_{ij} .

Η εξίσωση Poisson της Νευτώνειας θεωρίας

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

αντικαθίσταται από τις εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ

$$R_{ij} - \frac{1}{2} R g_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}$$

οι οποίες είναι εμπεριέχουν κυματικές εξισώσεις που περιγράφουν τη διάδοση βαρυτικών κυμάτων.

Η αρχή της ελάχιστης δράσης

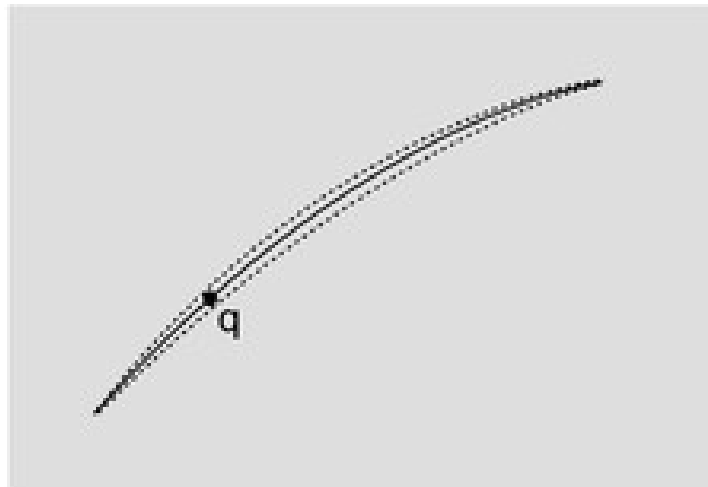
1^{ος} αιώνας π.Χ.: Ο Ήρων ο Αλεξανδρινός παρατηρεί πως

«το φως κατά την ανάκλασή του τη συντομότερη δυνατή διαδρομή»



Οι εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ μπορούν να **εξαχθούν** από την **αρχή της ελάχιστης δράσης** (ορίζοντας κατάλληλα τη δράση).

Έτσι, οι **τροχιές φωτονίων και σωματιδίων** στον καμπυλωμένο χωροχρόνο είναι **γεωδαισιακές καμπύλες** που ελαχιστοποιούν τη δράση.



3. Εφαρμογές στην Αστροφυσική

Η μετάπτωση των αξόνων

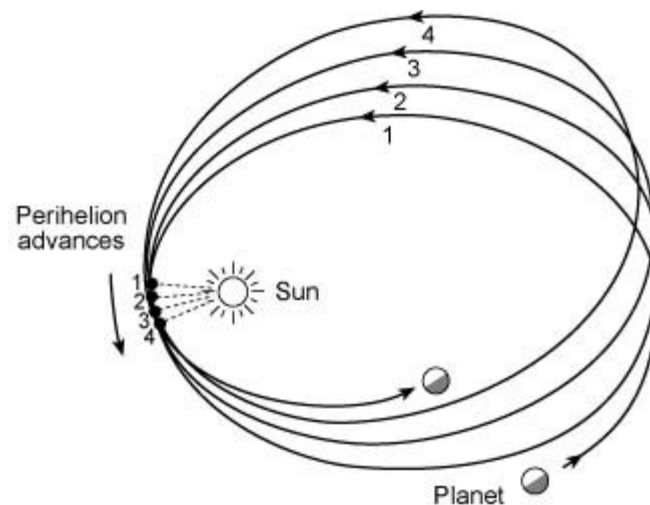
Η ΓΘΣ εξηγεί πλήρως τη **μετάθεση του περιηλίου** της τροχιάς του Ερμή

$$\delta\varphi = \frac{6\pi M}{a(1-\varepsilon^2)}$$

όπου a είναι ο μεγάλος ημιάξονας και ε η εκκεντρότητα της τροχιάς.

Παρατήρηση: 43.0''/αιώνα

ΓΘΣ: 42.9''/αιώνα

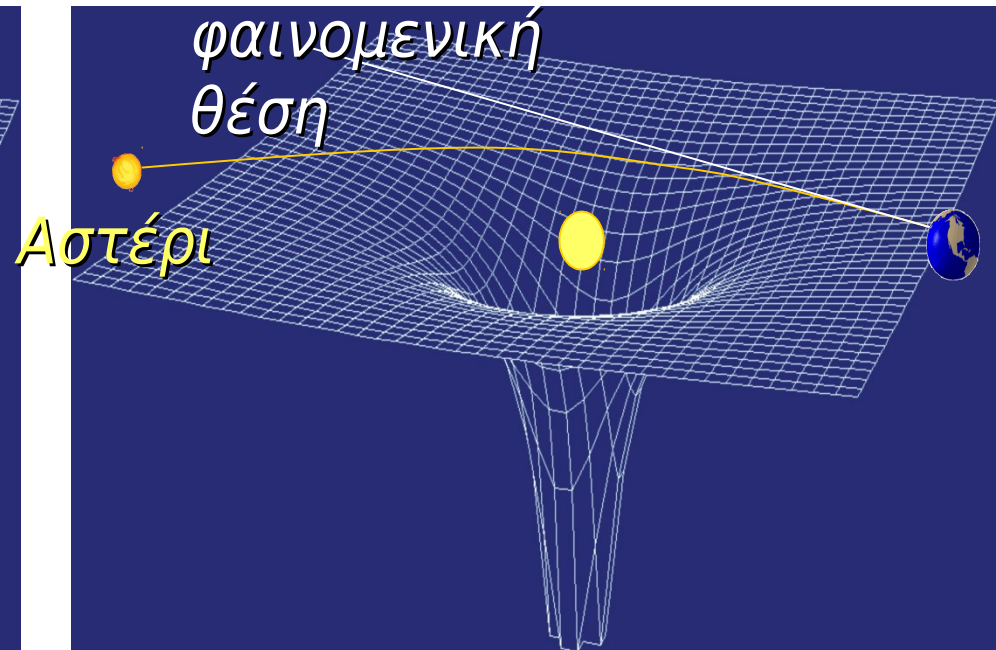
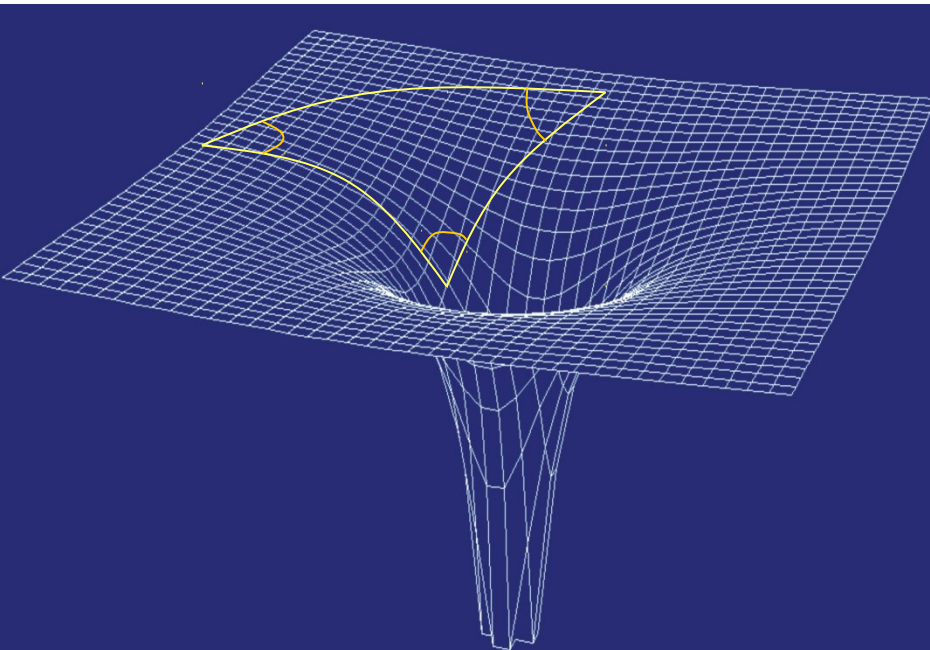
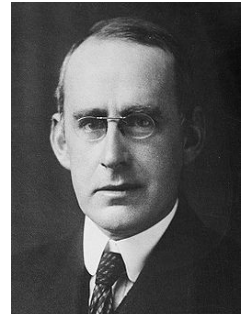


Η καμπύλωση του φωτός

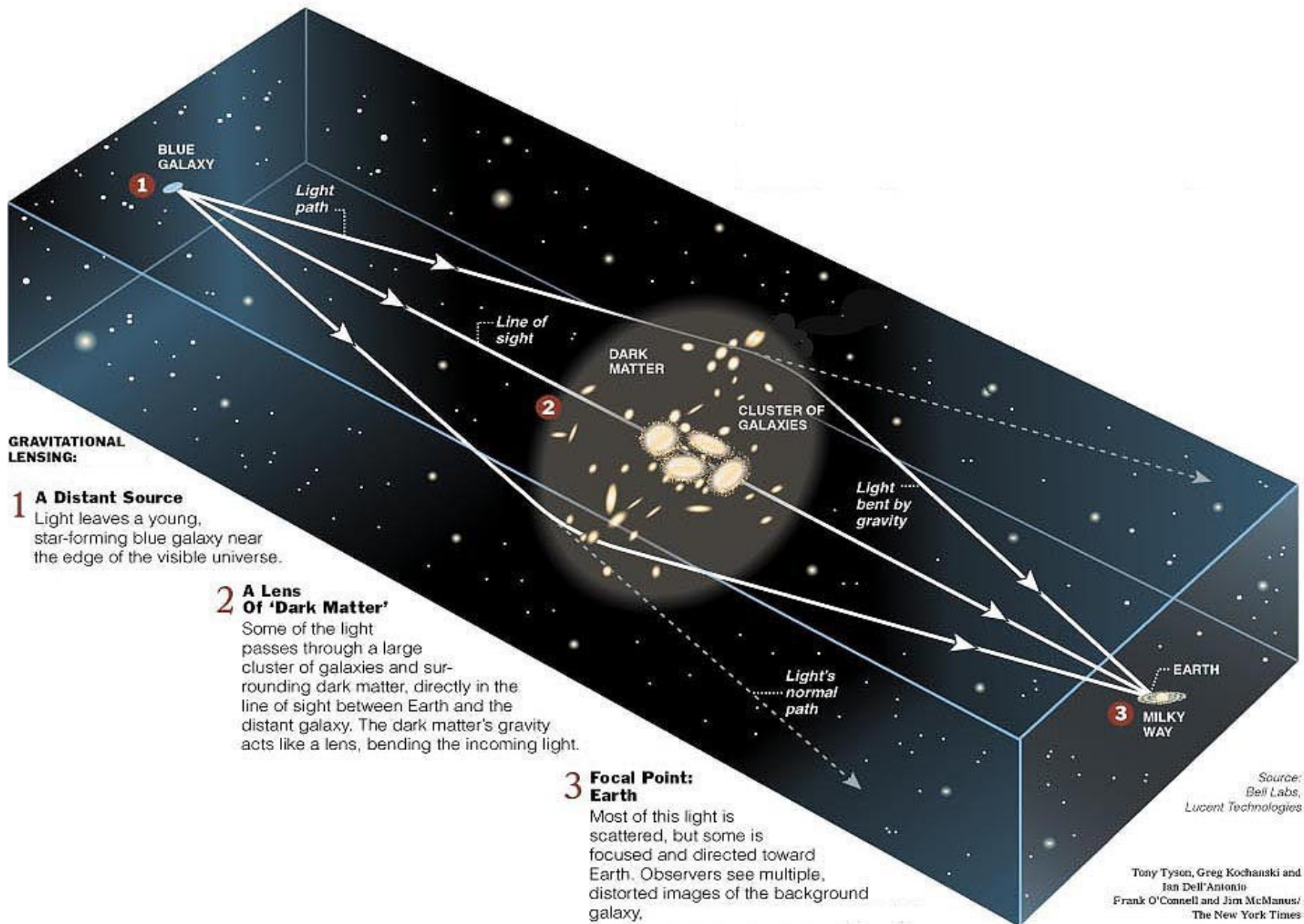
Η ΓΘΣ προβλέπει την **απόκλιση της φαινομενικής θέσης** των αστέρων από την πραγματική τους θέση, λόγω της καμπύλωσης της τροχιάς των φωτονίων από βαρυτικά πεδία.

$$\Delta\theta = \frac{4GM}{bc^2}$$

1919: ο **Eddington** παρατήρησε αυτή την απόκλιση κατά τη διάρκεια μιας ολικής έκλειψης του Ήλιου.



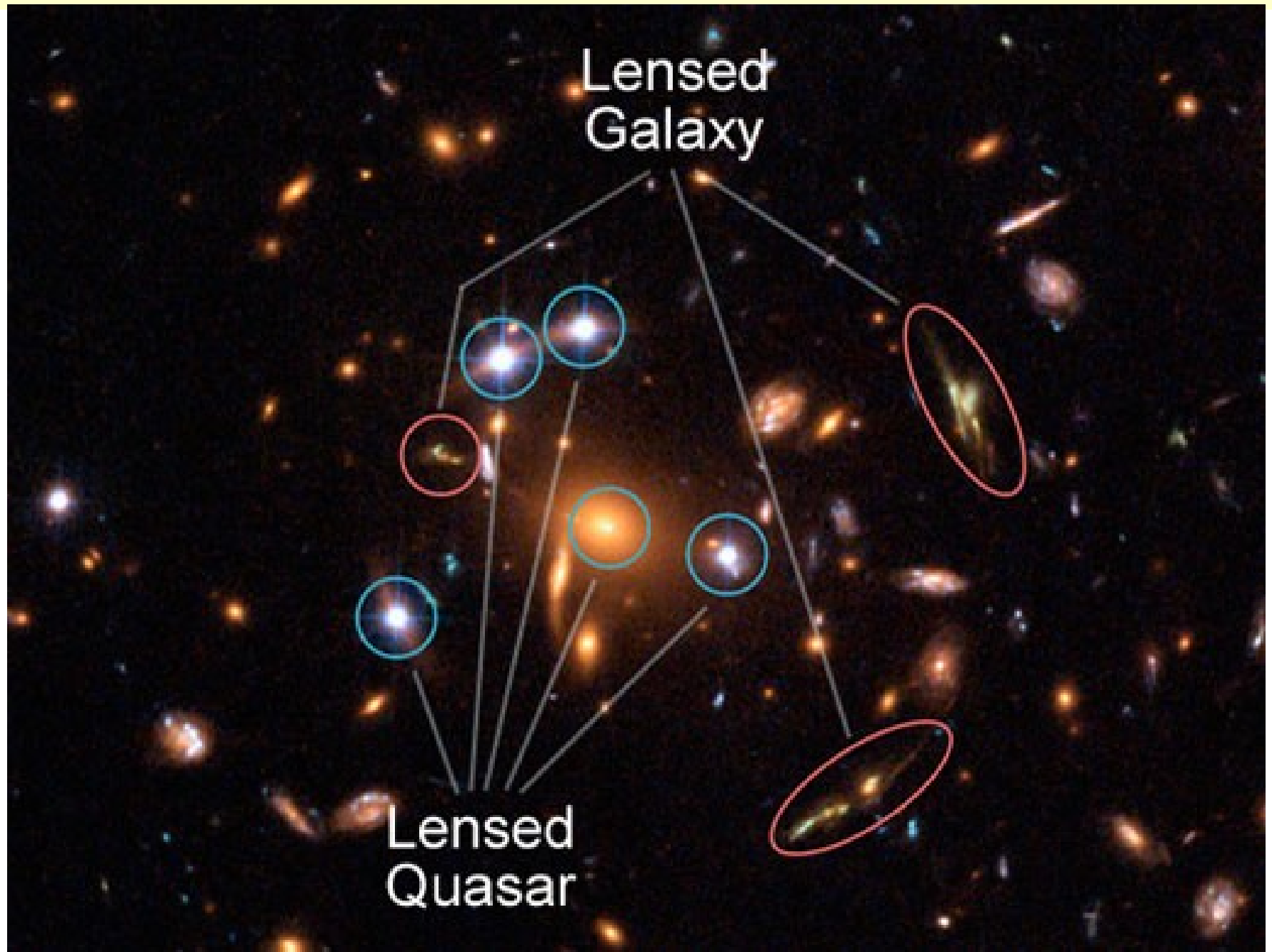
Βαρυτικοί φακοί



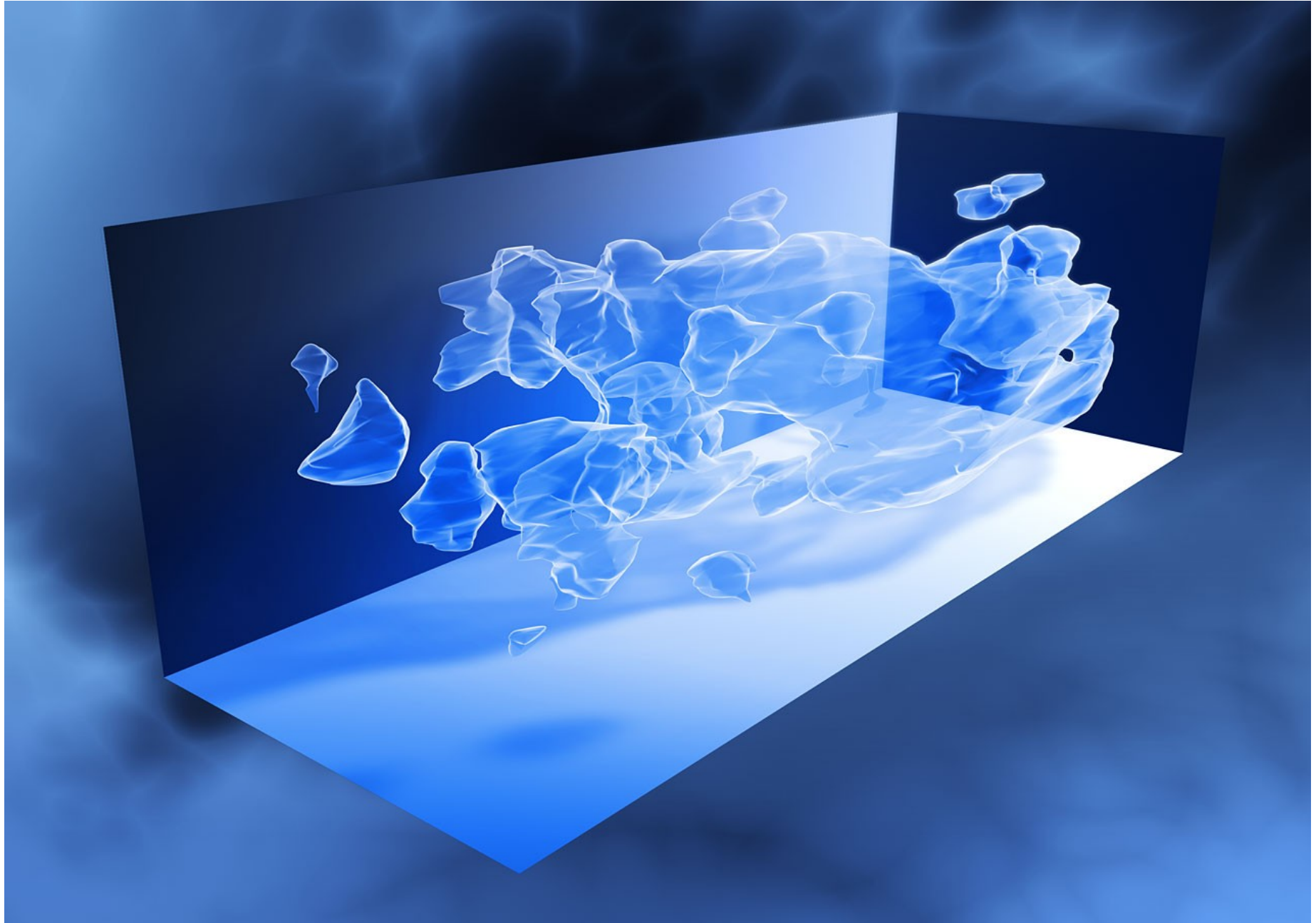
Βαρυτικοί φακοί



Βαρυτικοί φακοί



Χάρτες σκοτεινής ύλης



Φαινόμενο Shapiro

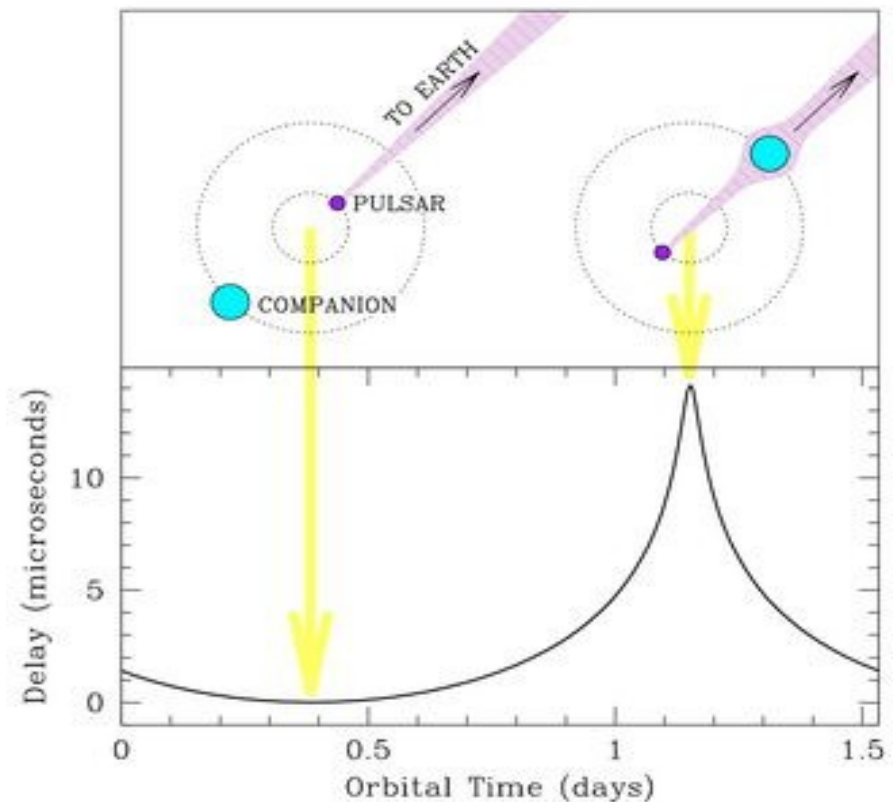
Λόγω της καμπύλωσης του φωτός, **καθυστερεί η άφιξη Η/Μ κυμάτων**, καθώς αυτά εξαναγκάζονται να διανύουν μεγαλύτερες διαδρομές.

Το φαινόμενο αυτό **επιβεβαιώθηκε** για πρώτη φορά χρησιμοποιώντας σήματα ραντάρ στο Ηλιακό σύστημα.



2010: Μελετώντας το φαινόμενο Shapiro σε ένα διπλό σύστημα υπολογίστηκε με ακρίβεια η μάζα του βαρύτερου γνωστού αστέρα νετρονίων:

1.97 ± 0.04 ηλιακές μάζες



Βαρυτική μετάθεση στο ερυθρό

Φωτόνια που εξέρχονται από βαρυτικό πεδίο υφίστανται ελάττωση της συχνότητάς τους (μετάθεση προς το ερυθρό).

Αυτό ισοδυναμεί με βαρυτική διαστολή του χρόνου.

Το φαινόμενο βρίσκει εφαρμογή κοντά στην επιφάνεια αστέρων νετρονίων και κοντά στον ορίζοντα μελανών οπών.

Στο πρόσφατο πείραμα του NIST μετρήθηκε η βαρυτική διαστολή του χρόνου ακόμη και σε διαφορά ύψους 1m.

"Κλασικές" μελανές οπές

Η έννοια της μελανής οπής εισήχθη από τον [Michell](#) (1784):

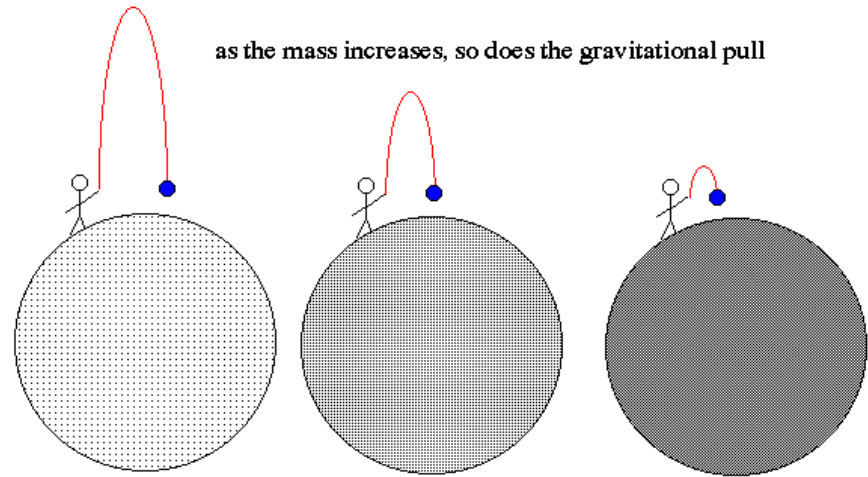
Εάν ένα σώμα είναι αρκετά συμπαγές, ώστε η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνειά του να είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός, τότε αυτό δε θα μπορεί να εκπέμπει φωτόνια.

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της Νευτώνειας θεωρίας, η ακτίνα ενός τέτοιου αστέρα προκύπτει

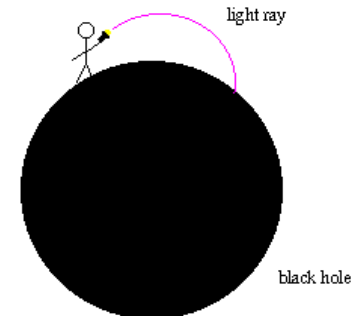
$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

Black Hole

as the mass increases, so does the gravitational pull



if the gravitational pull is such that even light cannot escape, then a black hole forms



Μελανές οπές στη ΓΘΣ

1916: Schwarzschild: Οι σφαιρικά συμμετρικές και χρονικά ανεξάρτητες εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ στο κενό έχουν μια μοναδική λύση, με μετρικό στοιχείο



$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

Η λύση αυτή περιλαμβάνει έναν **ορίζοντα γεγονότων** στο

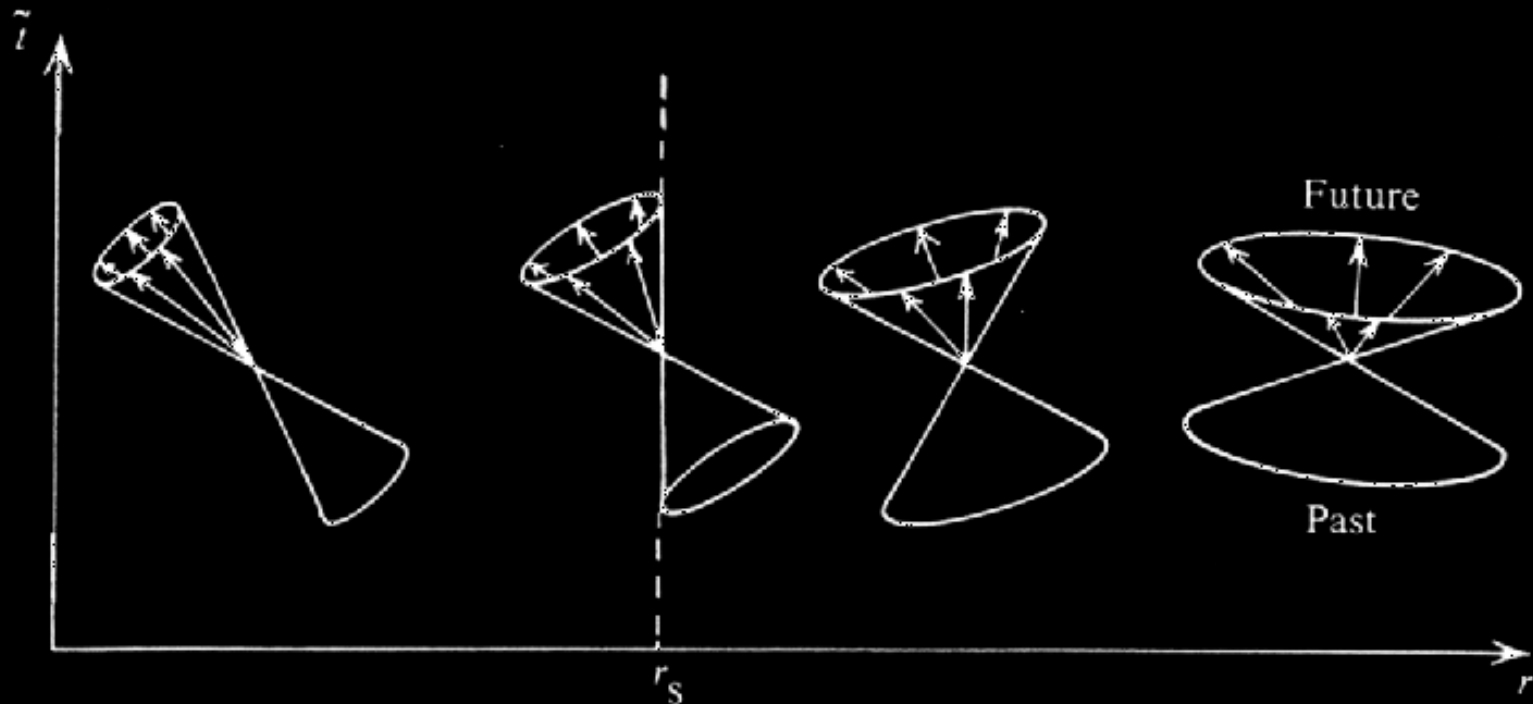
$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

(**ακτίνα Schwarzschild**). Στην ακτίνα αυτή έχουμε άπειρη μετάθεση προς το ερυθρό και ο χρόνος “παγώνει” όπως τον βλέπει ένας μακρινός παρατηρητής.

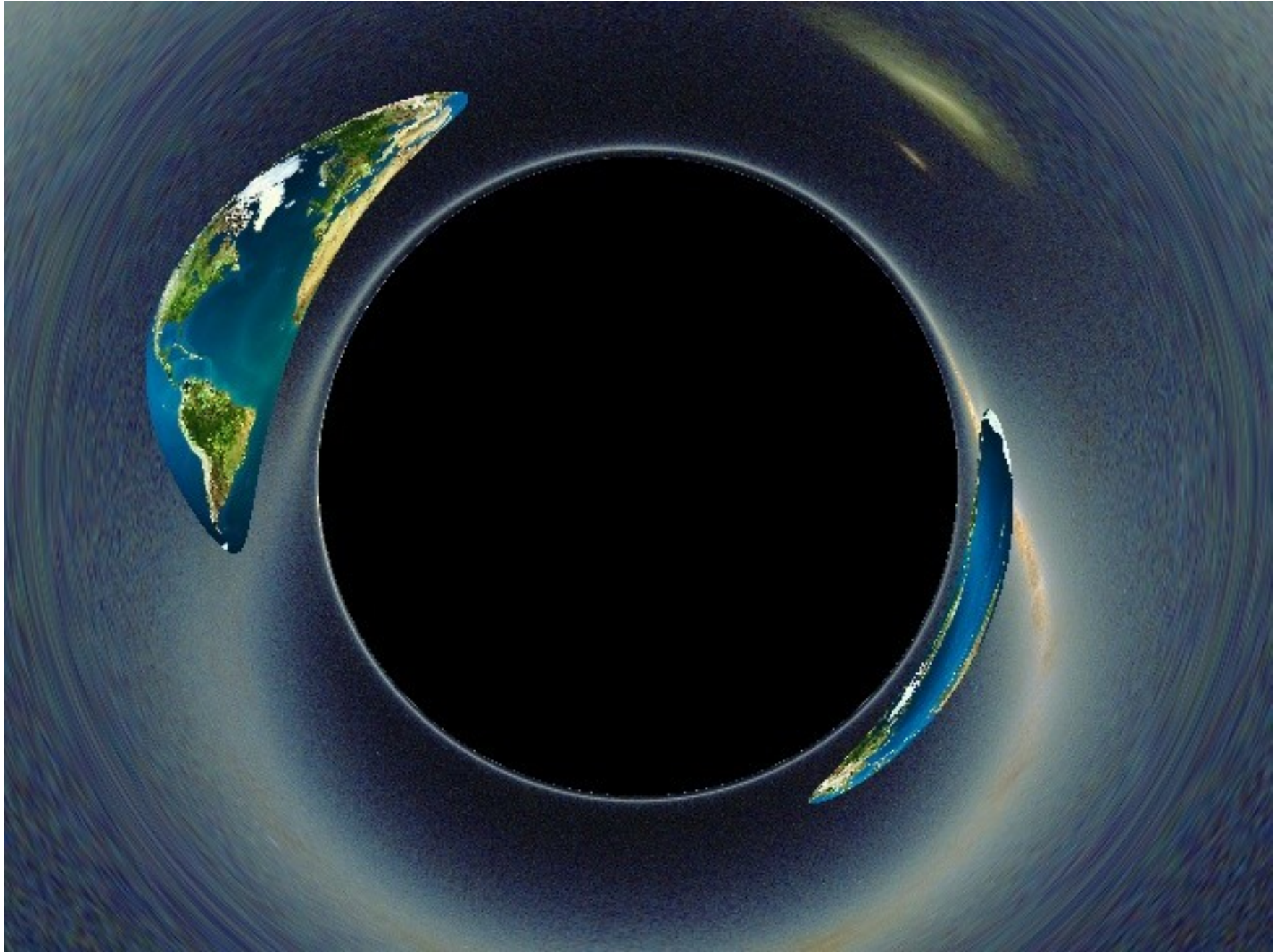
Για ένα σώμα με τη μάζα του Ήλιου: $R_s = 3\text{km}$

Ο κώνος φωτός κοντά στη μελανή οπή

Lightcones Near the Event Horizon



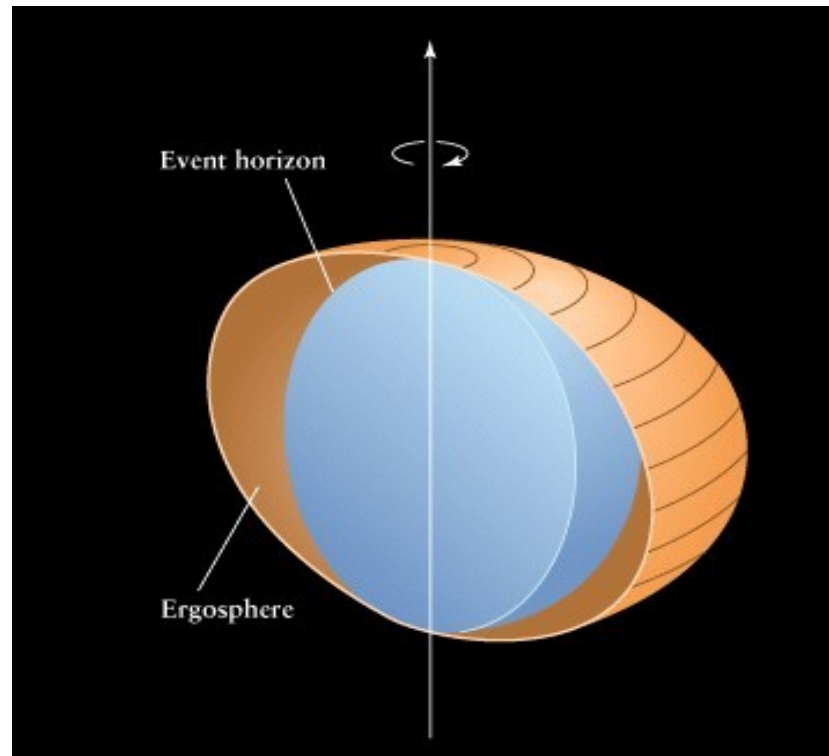
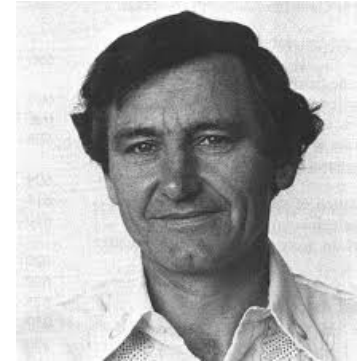
Η μελανή οπή ως βαρυτικός φακός



Περιστρεφόμενη μελανή οπή

1963: Kerr: Βρήκε αναλυτική λύση που περιγράφει περιστρεφόμενες μελανές οπές.

Πιο περίπλοκη δομή: ύπαρξη **εργόσφαιρας** και διαφορετική περιστροφή του χωροχρόνου.

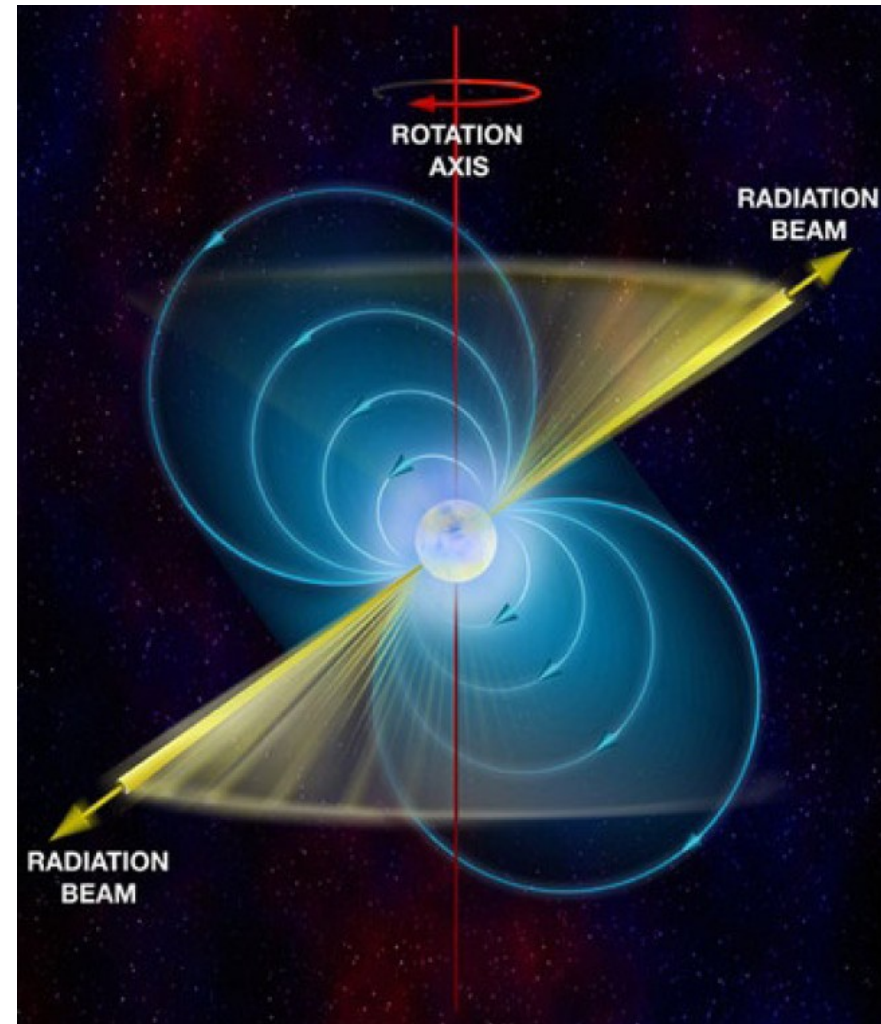
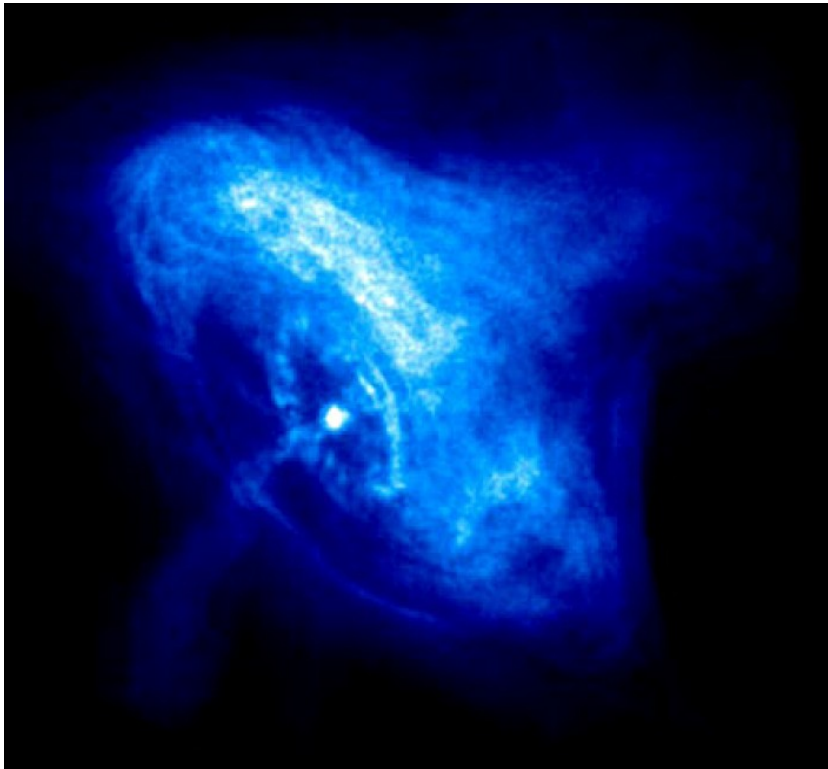


Αστέρες νετρονίων - πάλσαρ

Μάζα ~ 1.3 – 2 ηλιακές μάζες

Ακτίνα ~ 9-14 km

Πυκνότητα ~ 10^{15} g/cm²



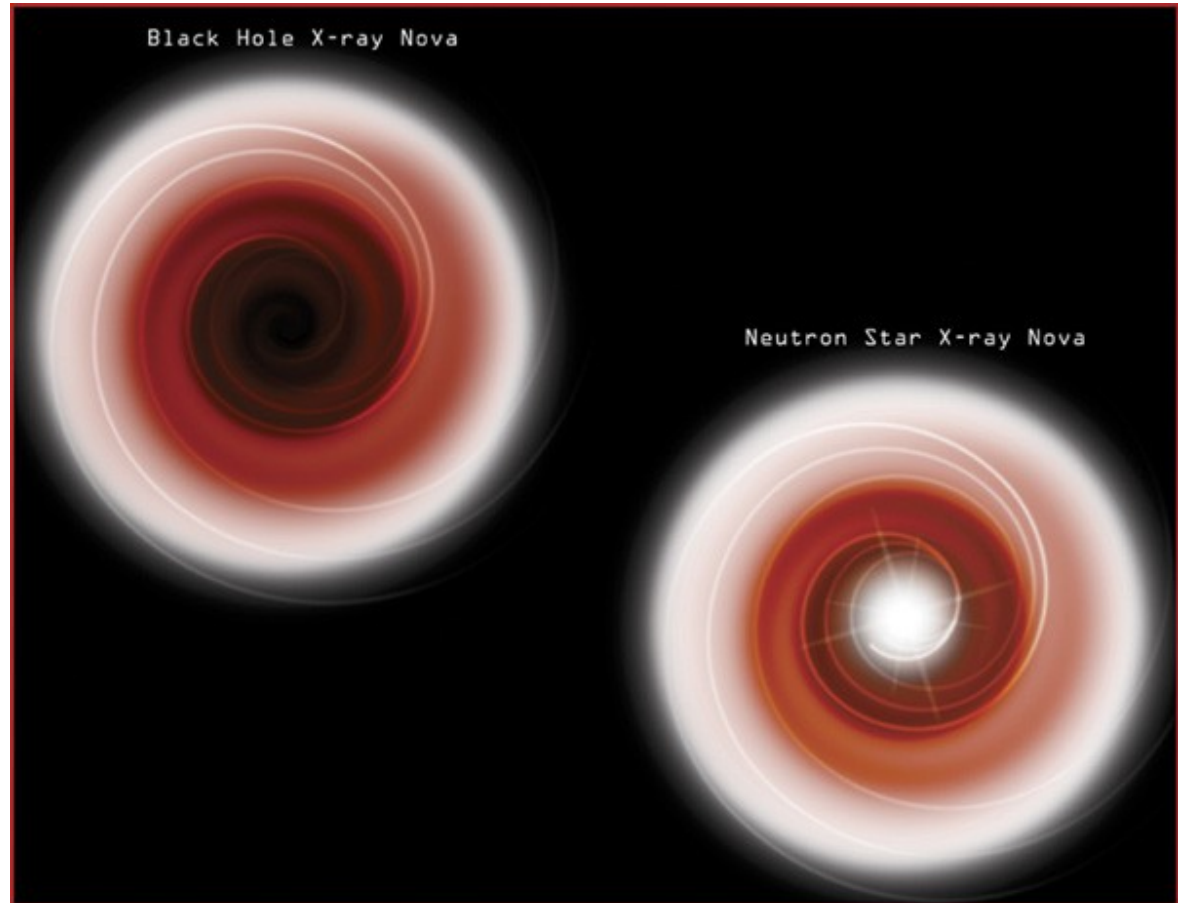
Προσαύξηση ύλης σε μελανή οπή

ΜΕΛΑΝΗ ΟΠΗ:

Η ύλη περνά τον
ορίζοντα γεγονότων
χωρίς έκλαμψη.

ΑΣΤΕΡΑΣ
ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ:

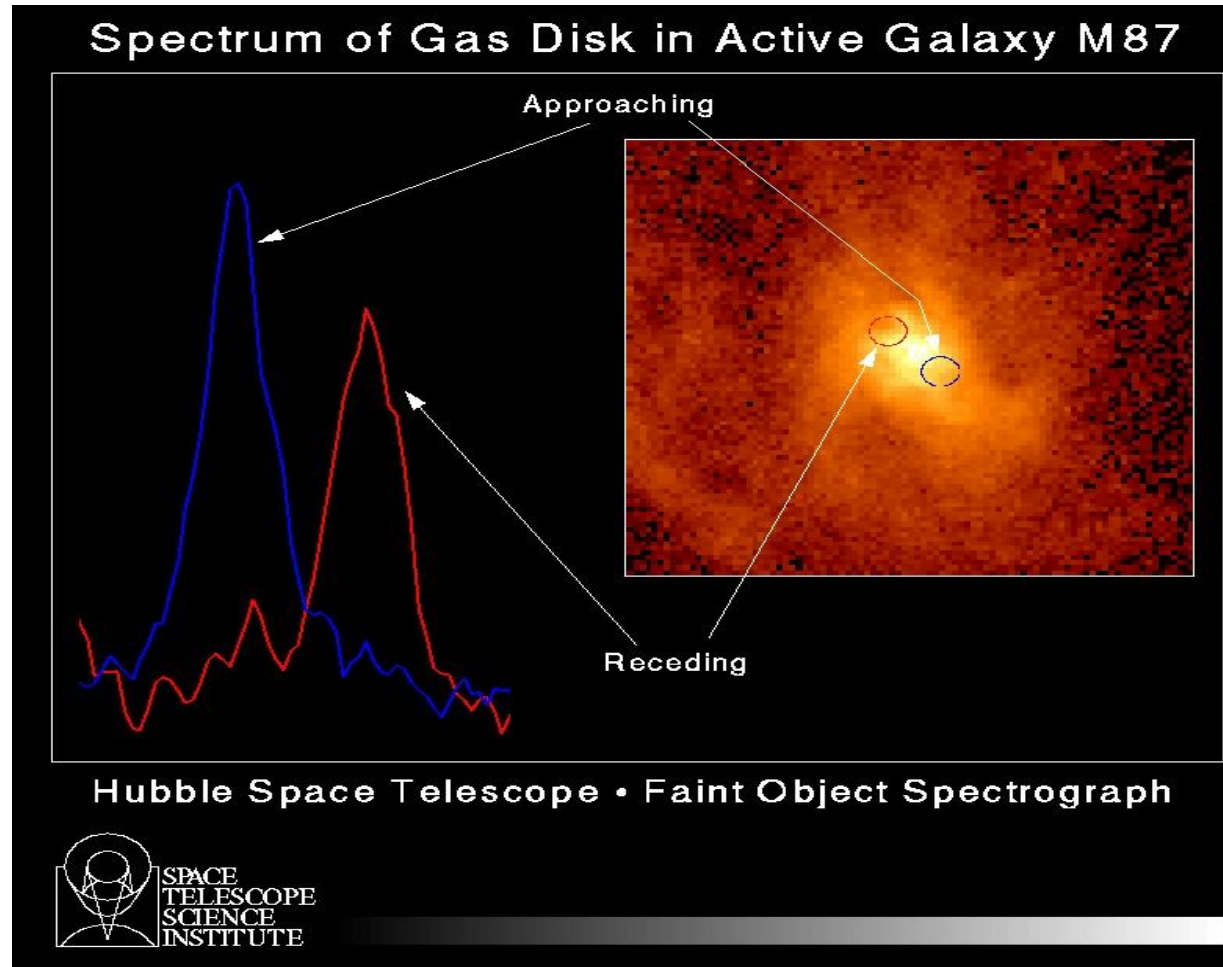
Η ύλη συγκρούεται με
την επιφάνεια του
αστέρα: έκλαμψη!



Μέτρηση ταχυτήτων κοντά σε μελανή οπή

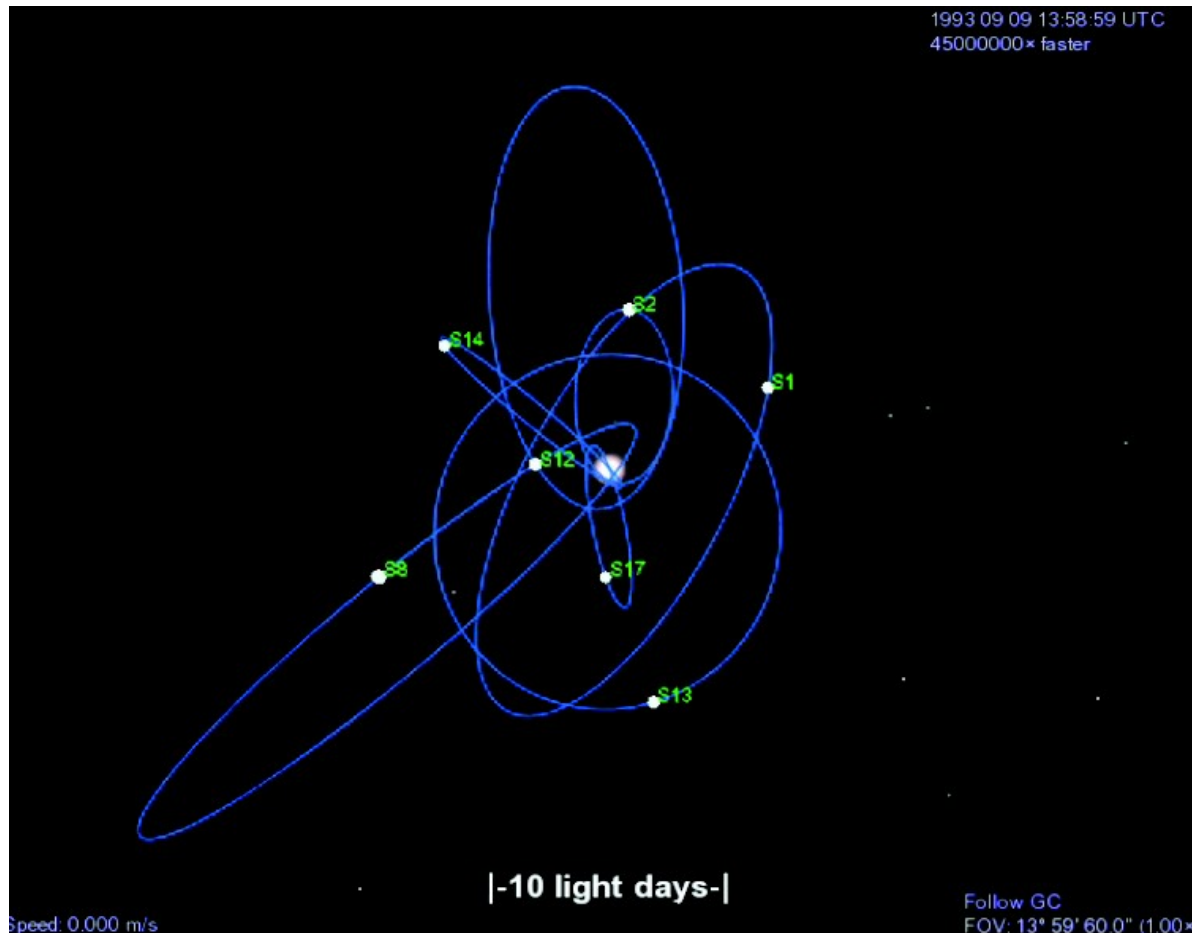
Μέσω του φαινομένου της **μετάθεσης Doppler** γνωστών φασματικών γραμμών μετρήθηκαν ταχύτητες **~ 550 km/s**.

Η μάζα που δημιουργεί το βαρυτικό πεδίο είναι **3 δισεκατομμύρια ηλιακές μάζες**.



Η μελανή οπή στο κέντρο του Γαλαξία μας

Από μακροχρόνιες παρατηρήσεις της κίνησης των άστρων γύρω από τον **Sgr A*** υπολογίσθηκε η μάζα της μαύρης τρύπας ίση με **3.7 εκατομμύρια ηλιακές μάζες**.



4. Επεκτάσεις της ΓΘΣ – Πειραματικοί έλεγχοι

Επεκτάσεις της ΓΘΣ

Σήμερα υπάρχουν δεκάδες διαφορετικές επεκτάσεις της ΓΘΣ, π.χ.

- α) υποθέτοντας ότι παραβιάζεται κάποια αρχή της ΓΘΣ,
- β) υποθέτοντας ότι η ταχύτητα του φωτός ή η σταθερά G δεν είναι σταθερές στο χρόνο ή στο χώρο,
- γ) υποθέτοντας ότι εκτός από τη μετρική g_{ij} υπάρχει κι ένα βαθμωτό πεδίο ή ένα διανυσματικό πεδίο ή μια δεύτερη μετρική που περιγράφει το χωρόχρονο, κ.ά.

Η σύγκριση γίνεται αναπτύσσοντας τις εξισώσεις σε σειρά και υπολογίζοντας έναν αριθμό από μετα-Νευτώνειες παραμέτρους.

Πολλές από αυτές εξακολουθούν και συμφωνούν με τους πειραματικούς ελέγχους στον ίδιο βαθμό με τη ΓΘΣ.

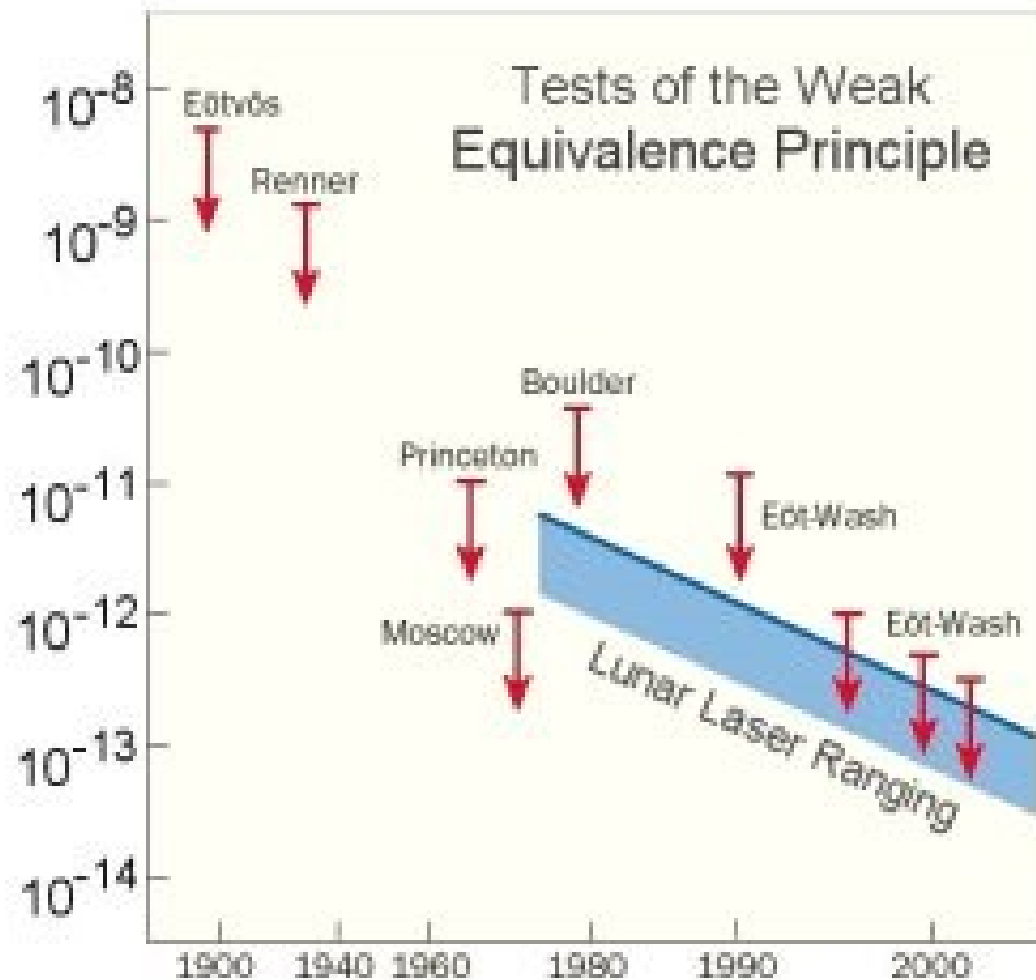
Επεκτάσεις της ΓΘΣ

	γ	β	ξ	α_1	α_2	α_3	ζ_1	ζ_2	ζ_3	ζ_4
Einstein (1916) GR	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Scalar-Tensor theories										
Bergmann (1968), Wagoner (1970)	$\frac{1+\omega}{2+\omega}$	β	0	0	0	0	0	0	0	0
Nordtvedt (1970), Bekenstein (1977)	$\frac{1+\omega}{2+\omega}$	β	0	0	0	0	0	0	0	0
Brans-Dicke (1961)	$\frac{1+\omega}{2+\omega}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Vector-Tensor theories										
Hellings-Nordtvedt (1973)	γ	β	0	α_1	α_2	0	0	0	0	0
Will-Nordtvedt (1972)	1	1	0	0	α_2	0	0	0	0	0
Bimetric theories										
Rosen (1975)	1	1	0	0	$c_0 / c_1 - 1$	0	0	0	0	0
Rastall (1979)	1	1	0	0	α_2	0	0	0	0	0
Lightman-Lee (1973)	γ	β	0	α_1	α_2	0	0	0	0	0
Stratified theories										
Lee-Lightman-Ni (1974)	ac_0 / c_1	β	ξ	α_1	α_2	0	0	0	0	0
Ni (1973)	ac_0 / c_1	bc_0	0	α_1	α_2	0	0	0	0	0
Scalar Field theories										
Einstein (1912) {Not GR}	0	0		-4	0	-2	0	-1	0	0†
Whitrow-Morduch (1965)	0	-1		-4	0	0	0	-3	0	0†
Rosen (1971)	λ	$\frac{3}{4} + \frac{\lambda}{4}$		$-4 - 4\lambda$	0	-4	0	-1	0	0
Papetrou (1954a, 1954b)	1	1		-8	-4	0	0	2	0	0
Ni (1972) (stratified)	1	1		-8	0	0	0	2	0	0
Yilmaz (1958, 1962)	1	1		-8	0	-4	0	-2	0	-1†
Page-Tupper (1968)	γ	β		$-4 - 4\gamma$	0	$-2 - 2\gamma$	0	ζ_2	0	ζ_4
Nordström (1912)	-1	$\frac{1}{2}$		0	0	0	0	0	0	0†
Nordström (1913), Einstein-Fokker (1914)	-1	$\frac{1}{2}$		0	0	0	0	0	0	0
Ni (1972) (flat)	-1	$1 - q$		0	0	0	0	ζ_2	0	0†
Whitrow-Morduch (1960)	-1	$1 - q$		0	0	0	0	q	0	0†
Littlewood (1953), Bergman(1956)	-1	$\frac{1}{2}$		0	0	0	0	-1	0	0†

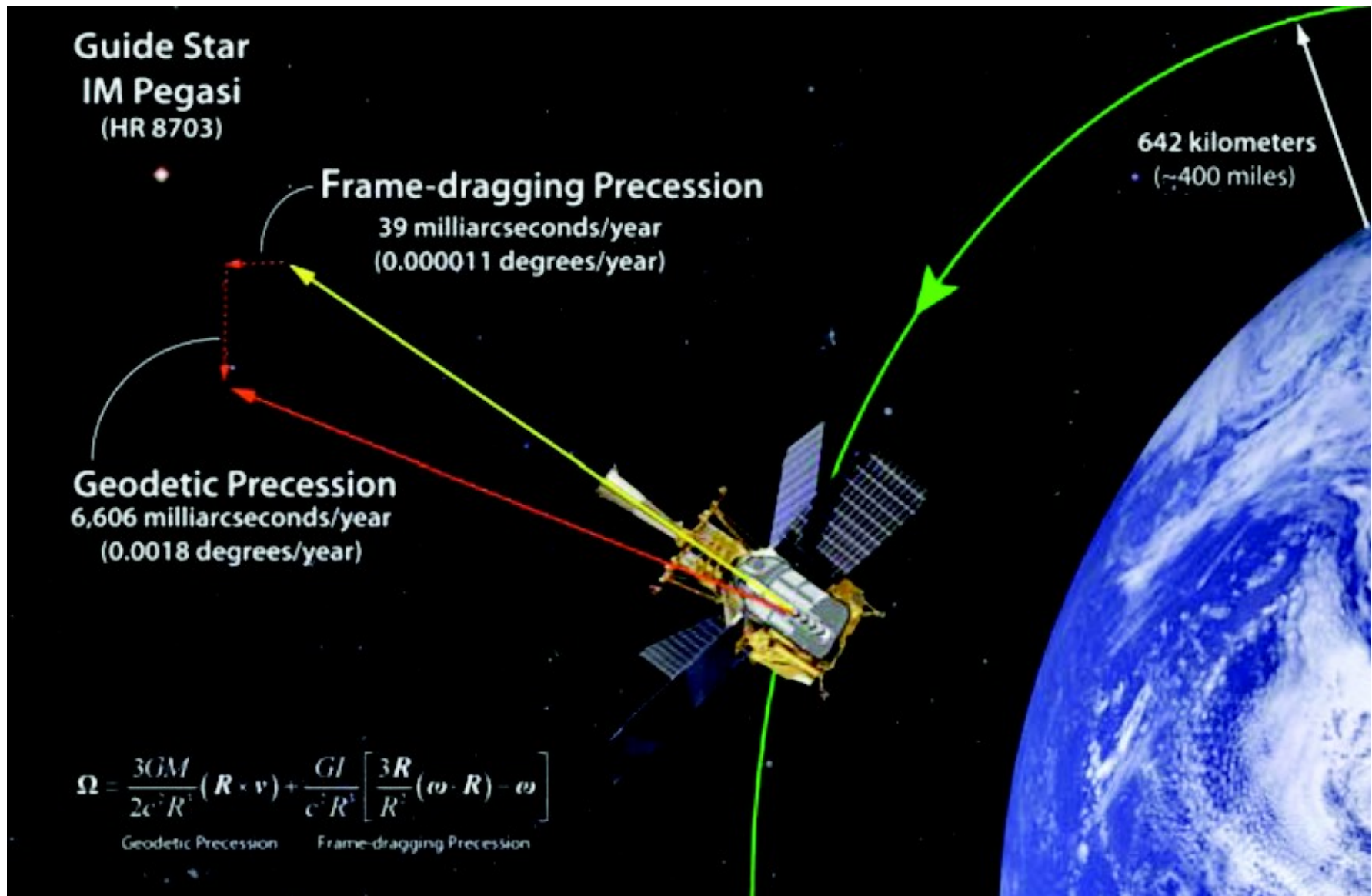
Πειραματικοί έλεγχοι

Parameter Bound		Effects	Experiments
$\gamma - 1$	2.3×10^{-5}	Time delay, Light deflection	Cassini tracking
$\beta - 1$	1.1×10^{-4}	Nordtvedt effect, Perihelion shift	Nordtvedt effect
ζ	0.001	Earth tides	Gravimeter data
α_1	10^{-4}	Orbit polarization	Lunar laser ranging
α_2	4×10^{-7}	Spin precession	Sun axis' alignment with ecliptic
α_3	2.2×10^{-20}	Self-acceleration	Pulsar spin-down statistics
ζ_1	0.02	-	Combined PPN bounds
ζ_2	4×10^{-5}	Binary pulsar acceleration	PSR 1913+16
ζ_3	10^{-8}	Newton's 3rd law	Lunar acceleration
ζ_4	0.006	-	Kreuzer experiment

Έλεγχος της αρχής της ισοδυναμίας



Gravity Probe B

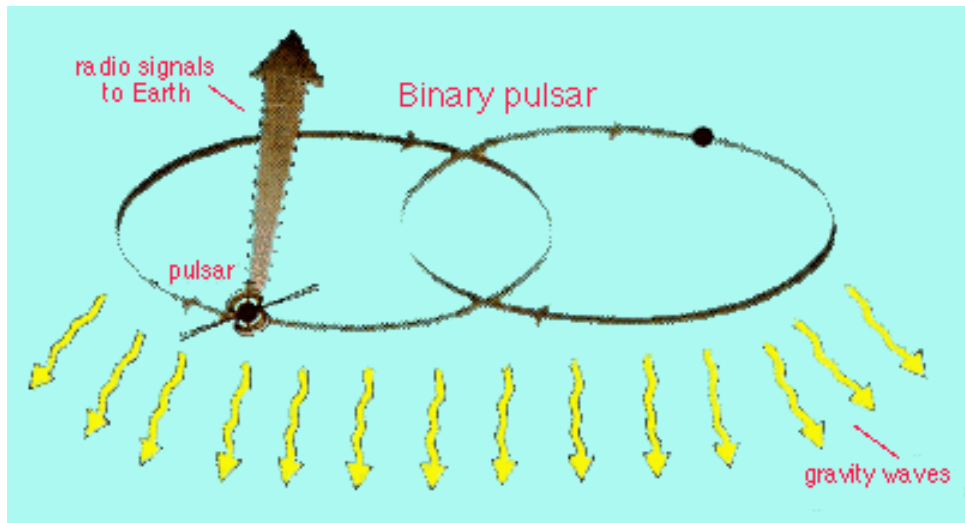


5. Βαρυτικά Κύματα

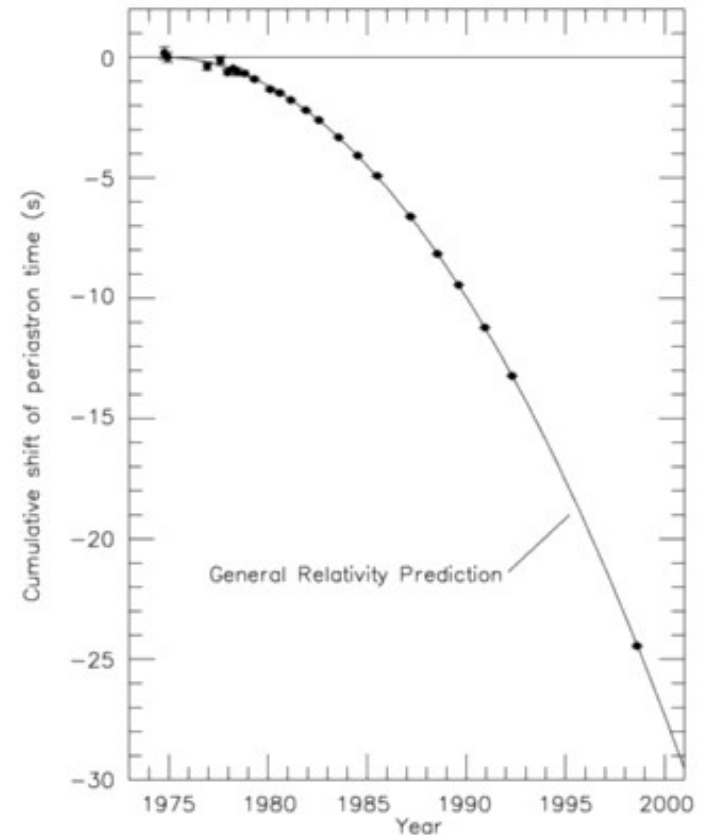
Βαρυτικά κύματα

Τα βαρυτικά κύματα παράγονται κατά την **κίνηση μαζών** και **μεταδίδουν τη βαρυτική αλληλεπίδραση**.

Ιδιαίτερα έντονα είναι στην περίπτωση **διπλών συστημάτων με αστέρες νετρονίων**.



Βραβείο Νόμπελ
Φυσικής 1993
Hulse & Taylor



Βαρυτικά κύματα

Φωτεινότητα:

$$L \sim \frac{G}{c^5} \left(\frac{M}{R} \right)^2 v^6$$

Σχετικό πλάτος:

$$h \sim \frac{G}{c^4} \frac{\Delta E}{r}$$

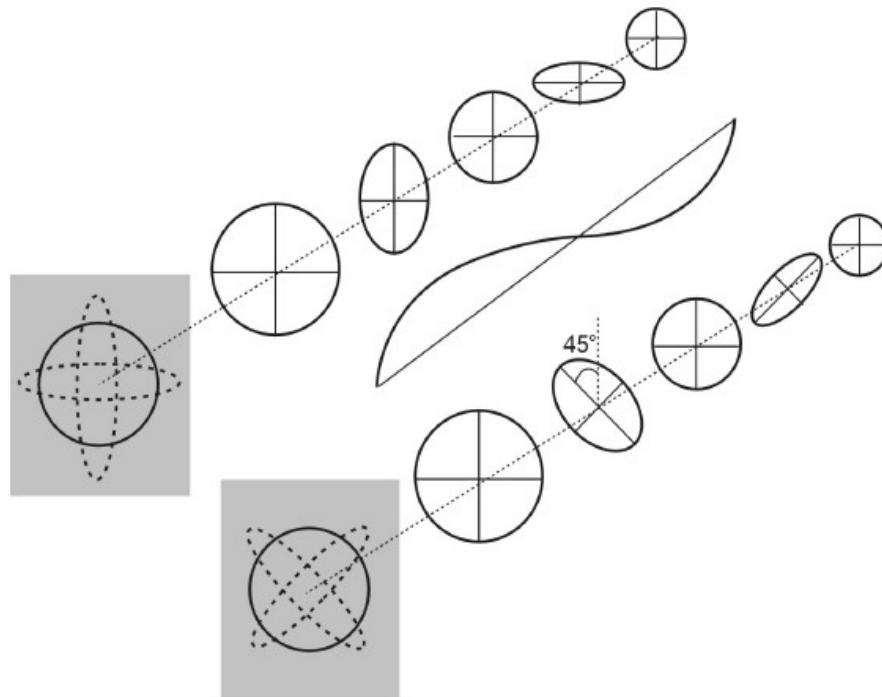
Παράδειγμα: ένα διπλό σύστημα αστέρων νετρονίων σε απόσταση 15Mpc παράγει βαρυτικά κύματα με σχετικό πλάτος

$$h = \frac{\Delta l}{l} \sim 10^{-22}$$

Πόλωση βαρυτικών κυμάτων

Τα βαρυτικά κύματα διαφέρουν από τα ηλεκτρομαγνητικά:

- α) δεν υπάρχει διπολική βαρυτική ακτινοβολία, αλλά τουλάχιστον τετραπολική,
- β) τα βαρυτικά κύματα έχουν δύο ανεξάρτητες πολώσεις (+) και (X)



Πηγές βαρυτικών κυμάτων

Οι σημαντικότερες πηγές βαρυτικών κυμάτων με πιθανότητα μελλοντικής ανίχνευσης είναι:

α) Διπλά συστήματα αστέρων νετρονίων και μελανών οπών

β) Αστρική κατάρρευση

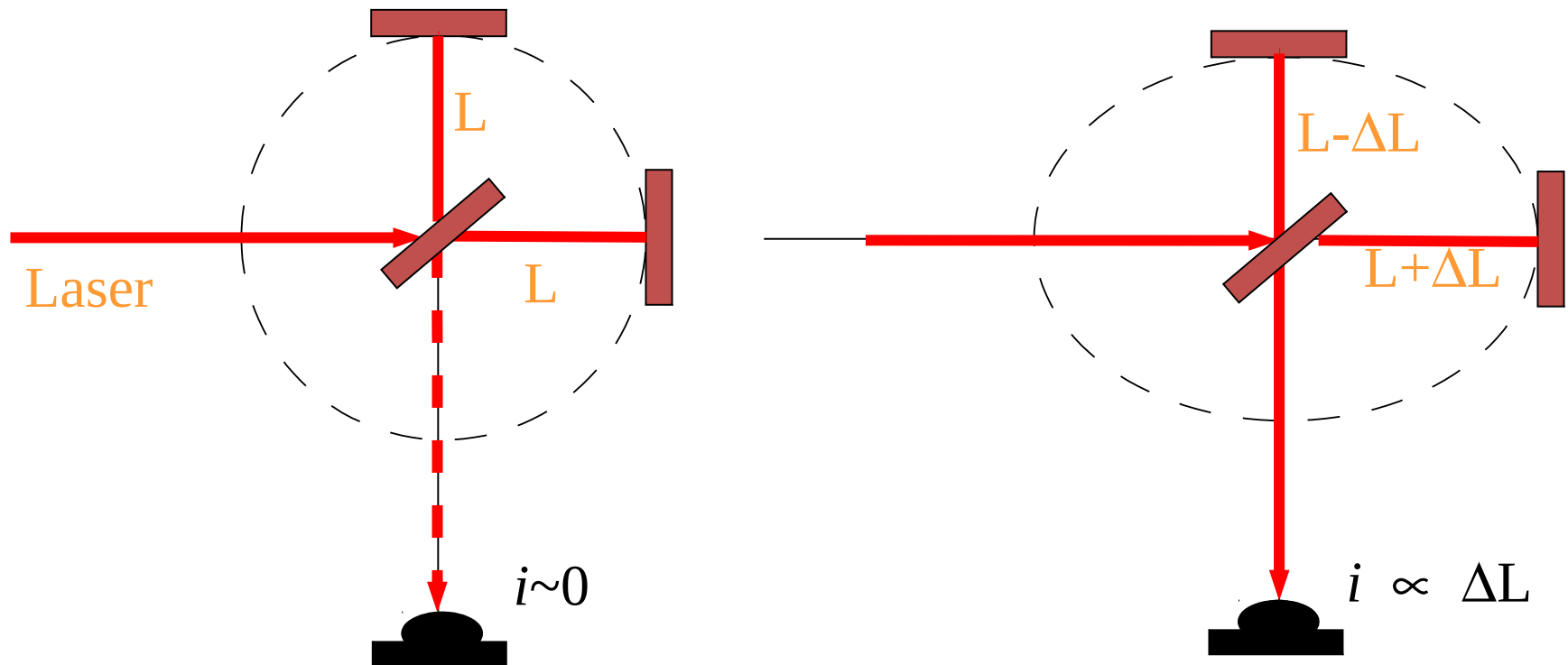
γ) Αστάθειες περιστρεφόμενων αστέρων νετρονίων

δ) Περιστρεφόμενοι αστέρες νετρονίων με ασύμμετρο σχήμα

ε) Κοσμολογικές πηγές

Ανίχνευση βαρυτικών κυμάτων

Συμβολομετρία ακτίνων laser:



Μπορούν να ανιχνεύσουν διαστολές **μικρότερες από τη διάμετρο ενός πρωτονίου**.

Σημερινοί ανιχνευτές



LIGO (ΗΠΑ)
1) Hanford, WA
2) Livingston, LA

GEO600 (Βρετανο-Γερμανικός)
Hannover, Γερμανία



TAMA (Ιαπωνία)
Mitaka



AIGO (Αυστραλία),
Wallingup Plain (Perth)



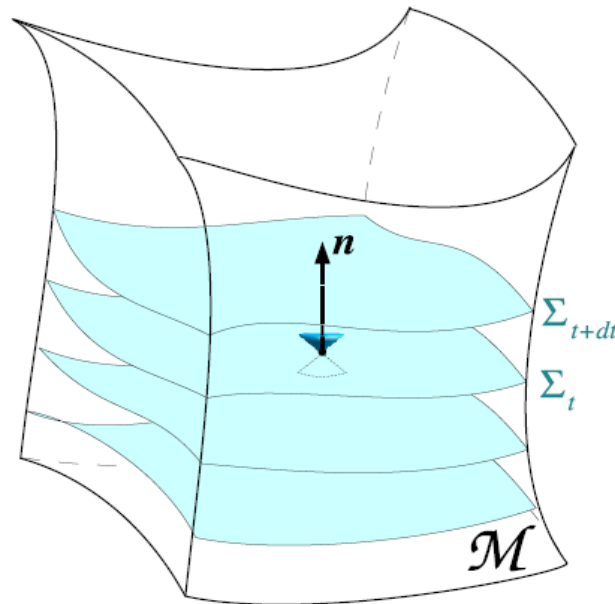
VIRGO (Γαλλο-Ιταλικός)
Cascina, Ιταλία

6. Αριθμητική Σχετικότητα

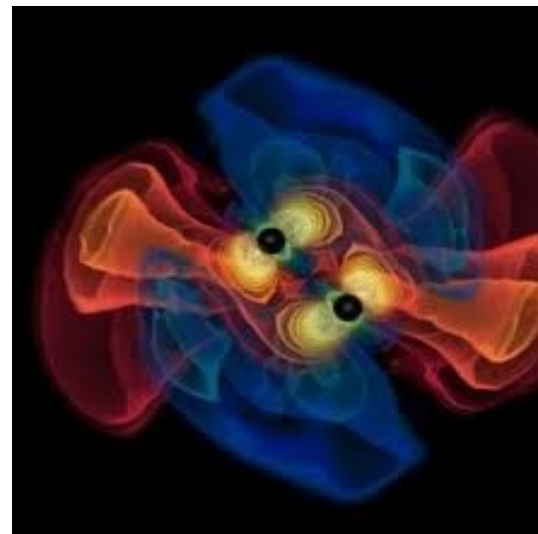
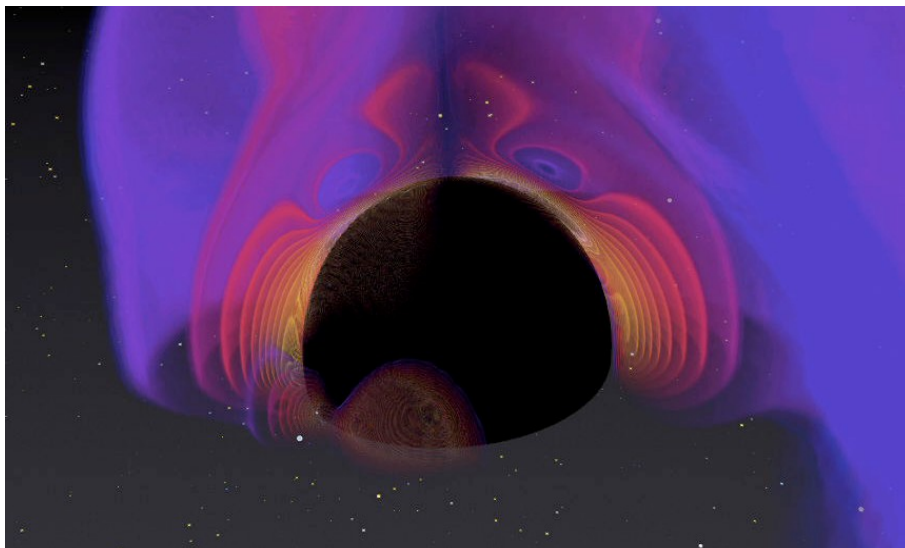
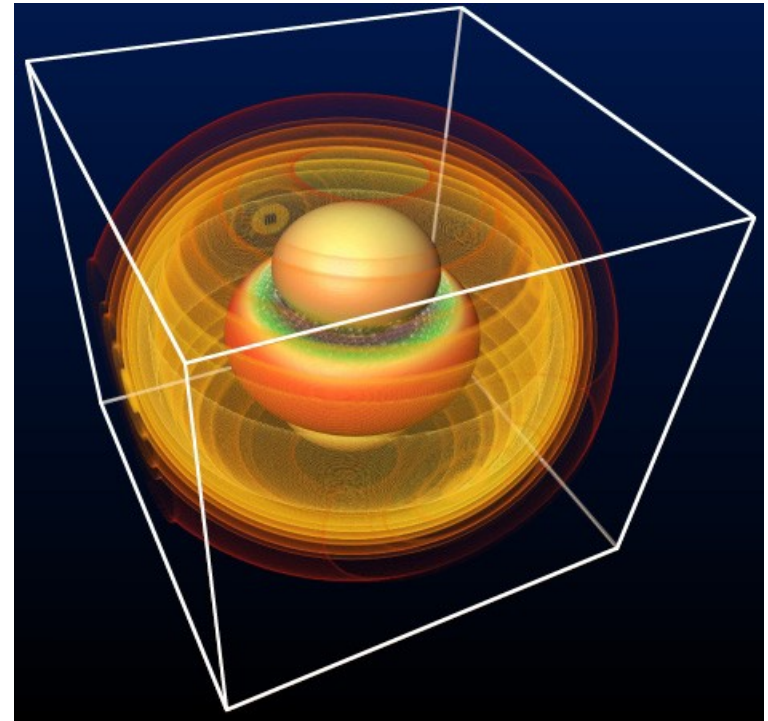
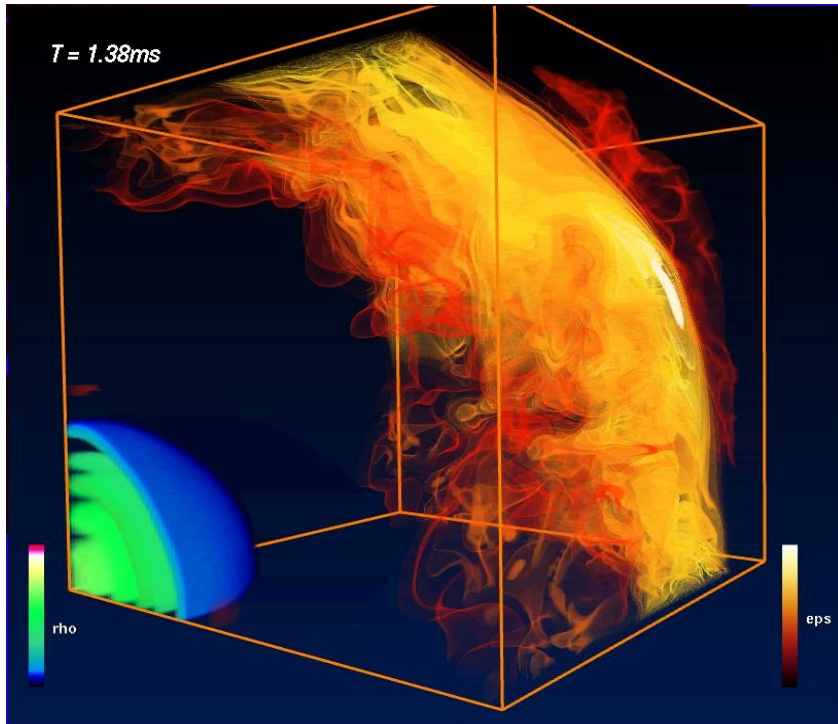
Διαχωρισμός 3+1

Ο χωροχρόνος μπορεί να διαχωριστεί σε χώρους σταθερής χρονικής συντεταγμένης t . Αυτό επιτρέπει τη χρονική εξέλιξη μιας αρχικής κατάστασης.

Οι εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ και της σχετικιστικής υδροδυναμικής ανάγονται σε ένα σύστημα 22 εξισώσεων που επιτρέπει την προσομοίωση σε 3 διαστάσεις, χωρίς την υπόθεση ειδικών συμμετριών.



Παραδείγματα



7. Τεχνολογικές Εφαρμογές

Η Σχετικότητα στο GPS

Τροχιά δορυφόρων: 27.000 km

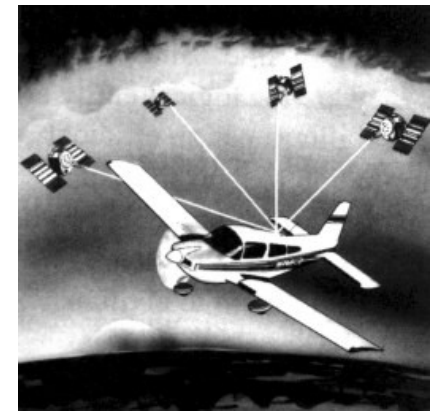
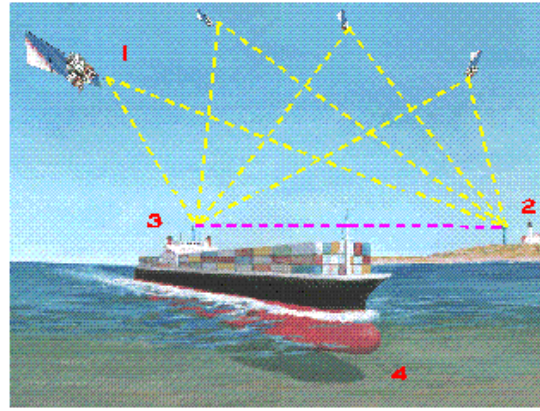
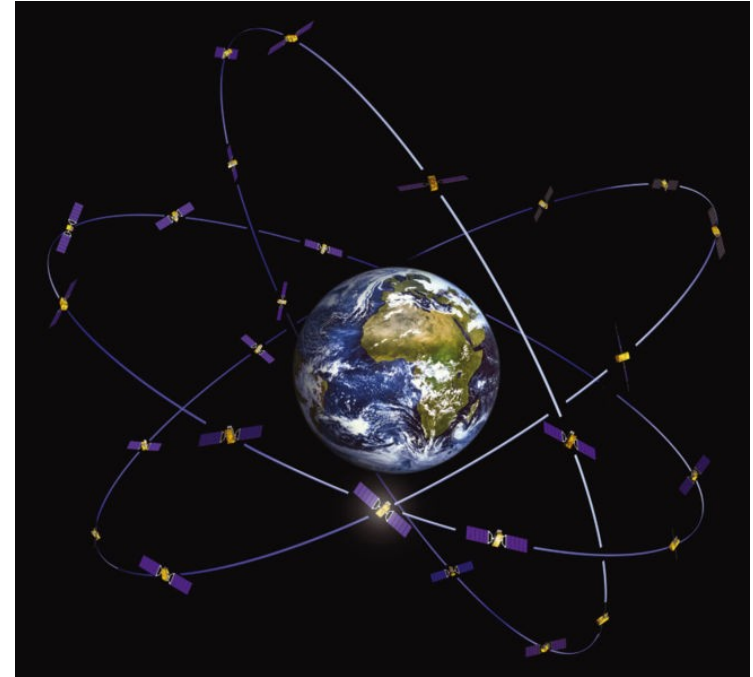
Ταχύτητα: 14.000 km/h

- 7 μικροδευτερόλεπτα/ημέρα
λόγω **Ειδικής Σχετικότητας**

+ 45 μικροδευτερόλεπτα/ημέρα
λόγω **Γενικής Σχετικότητας**

Σφάλμα χωρίς τη σχετικότητα:

10 km την ημέρα!



Laser ελεύθερων ηλεκτρονίων

Δέσμη ηλεκτρονίων με
σχετικιστικές ταχύτητες
αλληλεπιδρά με κατάλληλο
μαγνητικό πεδίο, παράγοντας
ακτινοβολία υψηλής ενέργειας.

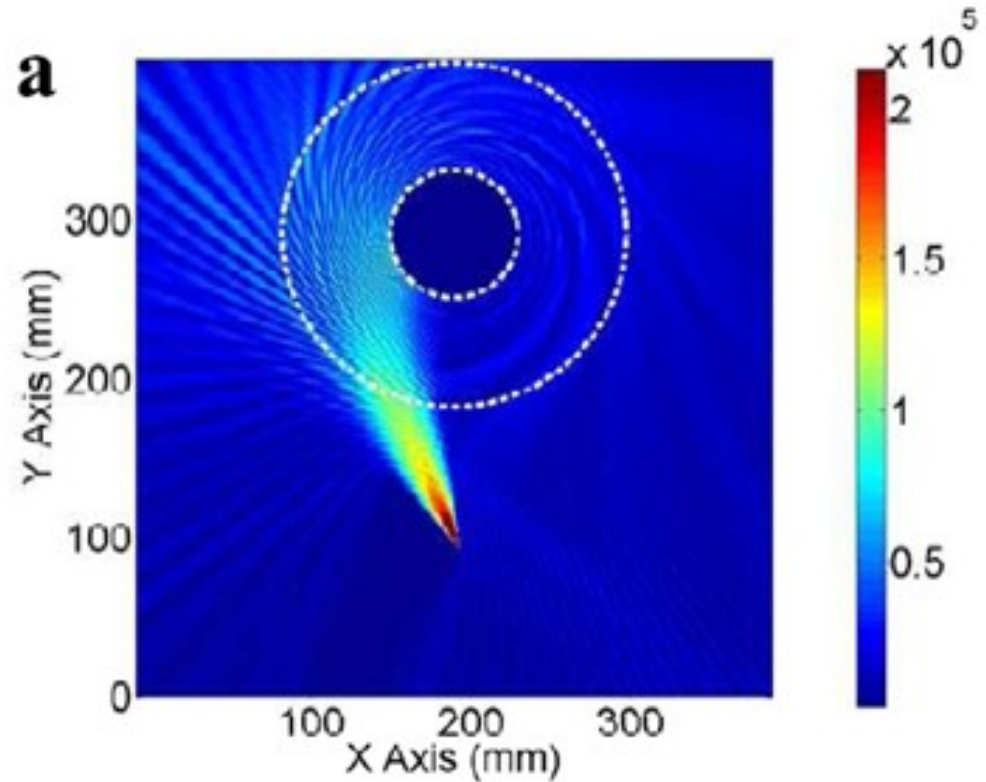
Τεράστιο πλήθος εφαρμογών,
π.χ. κατασκευή ολοκληρωμένων
κυκλωμάτων πολύ μικρής
κλίμακας, ιατρικές εφαρμογές
κ.λ.π.



Οπτικές μελανές οπές

Με χρήση νέων υλικών (μετα-υλικά) το φως μπορεί να παγιδευτεί με εντελώς ανάλογο τρόπο όπως στις μελανές οπές.

Η μαθηματική δομή της $\Gamma\Theta\Sigma$ χρησιμοποιείται για τη μαθηματική περιγραφή του φαινομένου.



“General Relativity and Electrical Engineering”
New Journal of Physics, 2006

<http://www.astro.auth.gr/~niksterg>